

**HEITOR BERNARDINO DE OLIVEIRA**

**APLICAÇÃO DE ALGORITMO DE NAVEGAÇÃO INERCIAL**

**São Paulo  
2010**

**HEITOR BERNARDINO DE OLIVEIRA**

**APLICAÇÃO DE ALGORITMO DE NAVEGAÇÃO INERCIAL**

Trabalho de Formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo para obtenção do título  
de Bacharel em Engenharia  
Mecatrônica

Área de Concentração:  
Engenharia Mecatrônica

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Aoun  
Tannuri

**São Paulo  
2010**

## Ficha Catalográfica

Oliveira, Heitor Bernardino  
Aplicação de Algoritmo de Navegação/ Heitor  
Bernardino de Oliveira. – São Paulo, 2010.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia  
Mecatrônica e Sistemas Mecânicos.

1. Algoritmo de Navegação I. Universidade de São  
Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia  
Mecatrônica e Sistemas Mecânicos II.t

## **Dedicatória**

Dedico esse trabalho à minha mãe Elisete dos Santos Bernardino

## **Agradecimentos**

Agradeço, antes de qualquer coisa, aos meus pais (Elisete dos Santos Bernardino e Hermes Agostinho de Oliveira), por sempre terem me apoiado nas decisões tomadas em todos os momentos da minha vida.

A todos meus familiares, por sempre poder contar com vocês em todas as horas. Ao meu irmão, que sempre me ajudou quando eu precisei.

Aos meus amigos e amigas que estiveram comigo durante esses difíceis anos de universidade. Em especial a minha querida amiga Samira Souit que me ajudou muito nos primeiros anos de POLI.

Ao meu orientador (Eduardo Aoun Tannuri) que me ajudou na finalização desse projeto. Ao mestrando Rodrigo Lavieri que me ajudou tirando muitas dúvidas e principalmente com o algoritmo por ele desenvolvido.

## Resumo

Em menos de 20 anos, MEMS (micro electro-mechanical systems) passaram de um ótimo exercício acadêmico para uma parte integral de produtos comuns. Com a evolução e barateamento dessa tecnologia, diversos tipos de sensores que eram muito caros, ou com péssimo desempenho, já podem ser encontrados em preços mais razoáveis e com bom desempenho. Junto com essa nova onda de sensores MEMS diversas novas idéias vem surgindo, para aplicação nos mais variados setores. Esse trabalho visa avaliar a implementação de um algoritmo de navegação inercial utilizando acelerômetros e giroscópios MEMS, para possível criação de um sistema de monitoramento de avalanches. A arquitetura proposta pode ser adaptada para o monitoramento de regiões com risco de deslizamento de terra. Através dos estudos dos conceitos teóricos de navegação, será proposto um algoritmo de reconstrução de trajetória. Esse algoritmo será posteriormente avaliado, colocando como entrada dados obtidos matematicamente da integração de uma trajetória conhecida. Após essa análise, esse algoritmo será posteriormente testado utilizando como entradas as leituras de aceleração e velocidade angular obtidas da central inercial. Verificando-se em seguida a sua aplicabilidade no desenvolvimento do sistema de monitoramento de avalanches.

**Palavras Chaves:** Navegação inercial Strapdown, Plataformas Inerciais, MEMS, algoritmos de reconstrução de trajetória, quaternions, monitoramento de avalanches

## **Abstract**

In less than 20 years, MEMS (micro electro-mechanical systems) has gone from an interesting academic exercise to an integral part of many common products. With the decrease of the prices and evolution of technology, many types of sensors that were too expensive or had low performance, now became less expensive, with better performance. With this new wave of MEMS based sensor emerged several new ideas for its application in many different areas. This study aims to evaluate the implementation of inertial navigation algorithms using MEMS accelerometers and gyroscopes for a possible application in a avalanche monitoring system. A similar system can be used to monitor regions with high risk of landslides. Through studies of theoretical concepts of navigation, a trajectory reconstruction algorithm will be proposed. This algorithm will be later evaluated; using as input data the values obtained mathematically integrating a well-known trajectory. Following this analysis, this algorithm will be further tested using as input the readings of acceleration and angular velocity obtained from the inertial central. After that, will be verified its applicability on the development of an avalanche activity remote monitoring system.

**Keywords:** Strapdown inertial navigation, inertial platforms, MEMS, trajectory reconstruction algorithms, quaternions, avalanches monitoring.

## Lista de Figuras

Figura 3.1 – Imagem de uma avalanche nos Alpes (Fonte: <a href="http://www.enjoyfrance.com">http://www.enjoyfrance.com</a> ).....	4
Figura 3.2 - Esquema da malha de sensoriamento (Fonte: <a href="http://www.minteos.com">www.minteos.com</a> ). ....	5
Figura 3.3 – Vista superior da Placa iNemo (Fonte: iNemo User Manual). ....	8
Figura 3.4– Exemplo de uma aquisição de dados na interface gráfica iNemo. ....	9
Figura 3.5 – Definição das direções das leituras na Placa iNemo (Fonte: iNemo User Manual).....	10
Figura 4.1 - Unidade de medição inercial com plataforma estável (Adaptado de: Titterton, 2007).....	14
Figura 4.2- Algoritmo para plataforma estável (Adaptado de: Woodman, 2007).....	15
Figura 4.3 - Algoritmo para sistemas strapdown (Adaptado de: Woodman, 2007). ....	15
Figura 4.4 - Referenciais Inercial, da Terra e de Navegação (Adaptado de: Titterton, 2007).....	17
Figura 4.5 - Ilustração do referencial do corpo (Fonte: Titterton, 2007). ....	18
Figura 5.1 - Vetor posição em relação ao sistema de referência. ....	19
Figura 5.2 - Diagrama de blocos da mecanização em um sistema Strapdown (Adaptado de: Titterton, 2007). ....	23
Figura 6.1 – Rotação associada a um quaternion (Fonte: Oliveira, 2000). ....	30
Figura 6.2 – O referencial B gira em relação ao referencial A (Fonte: Oliveira, 2000).33	
Figura 6.3 – Evolução do eixo $X_B$ (Fonte: Oliveira, 2000).....	33
Figura 7.1 - Tarefas computacionais (Adaptado de: Titterton, 2007). ....	42
Figura 8.1 – Exemplo do arquivo de saída da aquisição de dados dos Sensores. ....	50
Figura 8.2 – Interface gráfica em MATLAB .....	51
Figura 8.3 – Exibição das leituras dos sensores. ....	52
Figura 8.4 – Exemplo da filtragem do Sinal.....	53

Figura 8.5– Janela para definição dos dados iniciais e aquisição dos resultados.....	55
Figura 9.1 – Velocidades no referencial de Navegação para rotação em torno do eixo Z.....	57
Figura 9.2 – Trajetória do corpo .....	57
Figura 9.3 – Evolução da atitude do corpo.....	58
Figura 9.4 – Componente da Velocidade no referencial de Navegação para rotação em torno do eixo X.....	59
Figura 9.5 – Trajetória reconstruída. ....	59
Figura 9.6 – Representação da evolução da atitude. ....	60
Figura 10.1 – Exemplo da entrada do controlador da plataforma de Stewart. ....	61
Figura 10.2 – Determinação do centro da plataforma. ....	62
Figura 10.3 – Fixação da plataforma iNemo à chapa de mdf.....	63
Figura 10.4 – Fixação da chapa de mdf à Plataforma de Stewart.....	63
Figura 10.5 – Fixação final da placa iNemo à Plataforma de Stewart.....	64
Figura 10.6 – Esquema final da montagem.....	65
Figura 11.1 – Aproximação dos valores de $\omega_x$ por uma distribuição normal. ....	67
Figura 11.2 - Aproximação dos valores de $\omega_y$ por uma distribuição normal. ....	67
Figura 11.3 - Aproximação dos valores de $\omega_z$ por uma distribuição normal. ....	68
Figura 11.4 – Leitura do Giroscópio X.....	69
Figura 11.5 – Leitura Giroscópio Y.....	69
Figura 11.6 – Leitura Giroscópio Z.....	70
Figura 11.7 – Distribuição dos valores de $\omega_x$ Para rotação imposta de +25°/s.....	71
Figura 11.8 – Distribuição dos valores de $\omega_x$ Para rotação imposta de -25°/s .....	71
Figura 11.9 – Distribuição dos valores de $\omega_y$ Para rotação imposta de +25°/s.....	72
Figura 11.10 – Distribuição dos valores de $\omega_y$ Para rotação imposta de -25°/s .....	72
Figura 11.11 – Distribuição dos valores de $\omega_z$ Para rotação imposta de +25°/s.....	73

Figura 11.12 – Distribuição dos valores de $\omega_z$ Para rotação imposta de - 25°/s.....	73
Figura 11.13 – Valores das Velocidades para primeira simulação.....	75
Figura 11.14 – Posição X para primeira simulação.....	76
Figura 11.15 – Posição Y para primeira simulação.....	76
Figura 11.16 – Posição Z para primeira simulação.....	77
Figura 11.17 – Valores das Velocidades para segunda simulação.....	77
Figura 11.18 – Posição X para segunda simulação.....	78
Figura 11.19– Posição Y para segunda simulação.....	78
Figura 11.20 – Posição Z para segunda simulação.....	79
Figura 11.21 – Valores das Velocidades para terceira simulação.....	79
Figura 11.22 – Posição X para segunda simulação.....	80
Figura 11.23 – Posição Y para segunda simulação.....	80
Figura 11.24 – Posição Z para segunda simulação.....	81
Figura 11.25 – Velocidades no teste somente do acelerômetro X.....	82
Figura 11.26 – Posição X no teste somente do acelerômetro X (em vermelho está o valor real de X).....	82
Figura 11.27 – Velocidades no teste somente do acelerômetro X, aplicado o filtro de média móvel.....	83
Figura 11.28 – Posição X no teste somente do acelerômetro X, aplicado o filtro (em vermelho está o valor real de X).....	83
Figura 11.29 – Velocidades no teste somente do acelerômetro Y.....	84
Figura 11.30 – Posição Y no teste somente do acelerômetro Y (em vermelho está o valor real de Y).....	85
Figura 11.31 – Velocidades no teste somente do acelerômetro Y.....	85
Figura 11.32 – Posição Y no teste somente do acelerômetro Y (em vermelho está o valor real de Y).....	86

Figura 11.33 – Velocidades no teste de rotação em torno de Eixo X.....	87
Figura 11.34 – Ângulo de Rotação reconstruído em azul, ângulo real em vermelho. .	88

## **Lista de Tabelas**

Tabela 1 – Lista de componentes da placa iNemo.....	7
Tabela 2 – Comparativo entre ângulos de Euler e Quaternions.....	40
Tabela 3 – Unidades das leituras dos sensores.....	51
Tabela 4 – Média e desvio padrão dos sinais adquiridos.....	66
Tabela 5 – Valores obtidos da mesa 4D. ....	70
Tabela 6 - Especificação dos testes realizados.....	74

# SUMÁRIO

Resumo

Abstract

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVO</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>DESCRIÇÃO DO PROBLEMA</b>	<b>4</b>
3.1	PLATAFORMA INERCIAL ADOTADA: INEMO	7
<b>4</b>	<b>CONCEITOS DE NAVEGAÇÃO</b>	<b>11</b>
4.1	NAVEGAÇÃO INERCIAL	12
4.1.1	<b>Sistemas com plataforma estável</b>	<b>13</b>
4.1.2	<b>Sistemas Strapdown</b>	<b>15</b>
4.2	SISTEMAS DE REFERÊNCIA	16
<b>5</b>	<b>SISTEMA TRIDIMENSIONAL DE NAVEGAÇÃO STRAPDOWN</b>	<b>19</b>
5.1	DESCRIÇÃO GERAL	19
5.2	MECANIZAÇÃO NO REFERENCIAL DE NAVEGAÇÃO	20
<b>6</b>	<b>REPRESENTAÇÃO DA ATITUDE EM SISTEMAS STRAPDOWN</b>	<b>24</b>
6.1	PROPRIEDADES DE MATRIZES DE ROTAÇÃO	25
6.2	ÂNGULOS DE EULER	26

6.2.1	<b>Propagação dos Ângulos de Euler</b> .....	28
6.3	<b>QUATERNIONS</b> .....	29
6.3.1	<b>Definições e Propriedades dos Quaternions</b> .....	29
6.3.2	<b>Rotações representadas por um quaternion</b> .....	30
6.3.3	<b>Composição de Rotações</b> .....	32
6.3.4	<b>Propagação de quaternions</b> .....	32
6.3.5	<b>Solução Analítica da Fórmula de Propagação do Quaternion</b> .....	38
6.4	<b>Escolha dos parâmetros de descrição da Atitude</b> .....	39
6.4.1	<b>Comparações e Escolha</b> .....	39
<b>7</b>	<b>CÁLCULOS EFETUADOS NUM SISTEMA STRAPDOWN</b> .....	<b>42</b>
7.1	<b>ALGORITMO PARA O CÁLCULO DA ATITUDE</b> .....	43
7.2	<b>ALGORITMO PARA O CÁLCULO DO VETOR DE TRANSFORMAÇÃO DA VELOCIDADE</b> .....	45
7.3	<b>ALGORITMO DE NAVEGAÇÃO</b> .....	48
<b>8</b>	<b>AMBIENTE EM MATLAB PARA RECONSTRUÇÃO DE TRAJETÓRIA</b> .....	<b>50</b>
<b>9</b>	<b>AVALIAÇÃO DO ALGORITMO IMPLEMENTADO</b> .....	<b>56</b>
<b>10</b>	<b>METODOLOGIA PARA AQUISIÇÃO DOS DADOS</b> .....	<b>61</b>
<b>11</b>	<b>SIMULAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS ADQUIRIDOS</b> .....	<b>66</b>
11.1.	<b>TESTE DE RECONSTRUÇÃO DE TRAJETÓRIA</b> .....	74
11.2	<b>DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	88

<b>12 CONCLUSÕES .....</b>	<b>91</b>
<b>13 BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>93</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A natureza sempre deu demonstrações da sua força avassaladora, destruindo moradias, tirando vidas. Uma das maiores demonstrações de poder da natureza são as avalanches. As avalanches atingem diversas regiões montanhosas do mundo, atingindo vilarejos, criações de gado, casas, cidades, estações de ski. As avalanches são criadas pelo deslocamento repentino de uma massa acumulada de neve, que se movimenta em direção ao vale, e podem ser provocada por motivos naturais ou pela presença do homem. Elas podem chegar à impressionante velocidade de 300 km/h, arrasando qualquer coisa que se encontre no seu caminho.

Ao longo do tempo diversas técnicas foram criadas para a proteção contra avalanches, mas mesmo com todo investimento feito nesse setor, ainda temos diversos casos fatais todos os anos. Muitos estudos sobre a formação das avalanches vêm sendo feitos, principalmente analisando a topologia do terreno, a formação do pacote de neve, a vegetação. Através dessa análise especialistas desenvolveram a demarcação de terrenos de acordo com a periculosidade da ocorrência de um deslizamento. Mas ainda não existe uma forma precisa de se prever quando e onde ocorrerá o próximo evento. Não só é difícil o prognóstico, como não existe maneira bem definidas para o monitoramento dessas zonas de risco, principalmente quando são próximas de regiões habitadas. Geralmente, como são áreas de difícil acesso, o ideal seria fazer um monitoramento remoto, e a principal maneira ainda é utilizando imagens, seja de câmeras fixas ou móveis, presas em helicópteros, por exemplo.

Baseado nessa necessidade, esse projeto surgiu. Com o intuito de estudar uma maneira para monitorar remotamente as avalanches. A partir de estudos de navegação

inercial e suas aplicações, serão usados os conceitos aprendidos para desenvolver um sistema de navegação inercial adaptado a satisfazer os requerimentos dessa aplicação.

Nesse escopo, utiliza-se uma Unidade de Medidas Inerciais com sensores baseados na tecnologia MEMS, que são de baixo custo e reduzido tamanho. A plataforma escolhida é conhecida como iNemo, fabricada pela ST microelectronics.

A primeira fase desse projeto é baseada na coleta de todo conhecimento teórico sobre navegação inercial. Em seguida, será realizada a criação de um algoritmo de navegação inercial, capaz de realizar a tarefa de reconstrução de trajetória. Utilizando um ambiente em MATLAB, serão feitas simulações non-realtime desse algoritmo.

## **2 OBJETIVO**

O objetivo principal desse trabalho de formatura é o estudo da aplicabilidade de um algoritmo de navegação inercial na criação de um sistema de monitoramento remoto de avalanches dentro das necessidades impostas pelo problema.

### 3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema aqui estudado foi proposto pelo professor Marcello Chiaberge do Politécnico de Torino, na Itália. Inicialmente se verifica um problema atual na dificuldade de um monitoramento remoto efetivo de avalanches. Hoje em dia ainda é muito complicado fazer esse monitoramento, mas diversos modos estão sendo pesquisados e desenvolvidos. Em [13] é mostrada uma solução para monitoramento remoto usando infrassom. Já em [14] vemos outra opção de monitoramento usando um sistema de vídeo agregado a um helicóptero. A arquitetura de sensoriamento proposta pode também ser adaptada para o monitoramento de regiões com risco de deslizamento de terra.



Figura 3.1 – Imagem de uma avalanche nos Alpes (Fonte: <http://www.enjoyfrance.com>).

Nesse estudo, foi proposta uma nova arquitetura de uma malha de sensores sem fio que se comunicam, em curta distância (100m a 500m) com um gateway central que possui conexão GPRS. A malha será composta por acelerômetros mais simples, capazes de indicar a mudança brusca na velocidade, indicando a existência de uma avalanche. Esses sensores serão colocados em uma caixa preta, e conectados a um microcontrolador que faz a leitura dos dados e transmite os valores para o gateway central através de um transmissor wireless.

O gateway central é um componente muito mais complexo e mais caro. Ele recebe as leituras de todos os sensores, e envia esses dados através de uma comunicação GPRS. Esses dados são colocados na internet e podem ser acessados de qualquer lugar do mundo. Em caso de sinalização de avalanche uma mensagem SMS é enviada aos celulares cadastrados, tornando mais rápida a percepção da avalanche para aqueles que se encontram nas possíveis zonas de risco, nas encostas das montanhas monitoradas. Tanto o gateway, quanto os sensores seriam colocados em caixas pretas e colocados na área de montanha que se deseja monitorar.

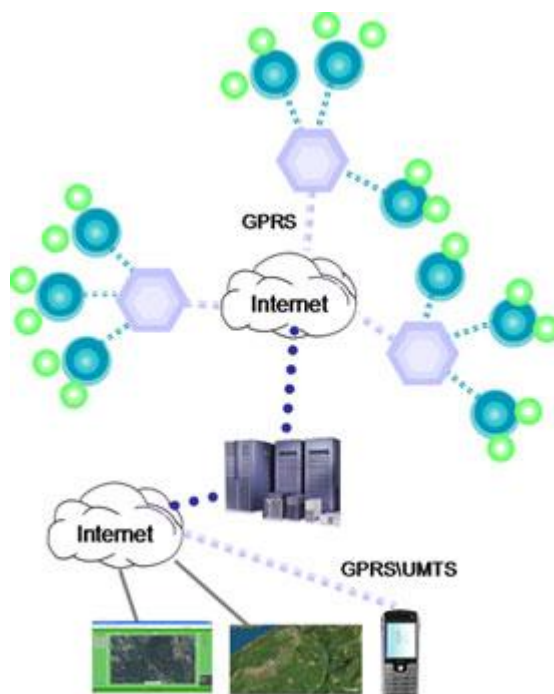


Figura 3.2 - Esquema da malha de sensoriamento (Fonte: [www.minteos.com](http://www.minteos.com)).

Esse projeto foi inicialmente proposto em conjunto com uma pequena empresa italiana, chamada MINTEOS. Essa empresa trabalha na área de monitoramento ambiental wireless, e possui um sistema parecido com o descrito acima, mas para monitoramento de incêndio em floresta. O gateway GPRS e os transmissores wireless, já são feitos por essa empresa, e seriam integrados ao projeto de monitoramento de avalanche.

A princípio pensou-se em colocar todos componentes em caixas pretas e espalhá-los pela montanha. Como áreas montanhosas são de difícil acesso, exigindo pessoal treinado, a idéia era poder depositar os sensores sem ter que descer no local, ou seja, despejá-los diretamente de um helicóptero. A parte mais extensa da malha é composta pelos acelerômetros, que a princípio, não se considerou a necessidade de rastreá-los, pois são mais baratos. Já o gateway, é mais caro e complexo, e faz-se necessário o rastreamento de tal componente. Inicialmente pensou-se em usar um sistema de GPS. Porém esse sistema não é muito preciso em regiões montanhosas, pois as montanhas bloqueiam os sinais dos satélites. Então uma proposta de solução foi à utilização de uma central inercial, composta por acelerômetros e giroscópios, para a reconstrução da trajetória. E nesse intuito que se realiza esse trabalho, com a finalidade avaliar a viabilidade da aplicação de navegação inercial para o desenvolvimento do sistema de monitoramento de avalanche.

Para isso foi oferecida para testes uma placa de avaliação da STMicroelectronics, chamada iNemo. Essa placa é uma central inercial, capaz de medir a aceleração em três dimensões, a velocidade angular em três dimensões. Além disso, a placa conta com sensor de temperatura e pressão, um sensor pressão e um sensor magnético, capaz de medir o campo magnético nos três eixos.

Inicialmente, mostra-se necessário um estudo mais aprofundado nos conceitos de navegação inercial, para assim, ser possível o desenvolvimento de um algoritmo eficaz de reconstrução de trajetória. E isso será feito nos próximos capítulos. Antes disso, será feita uma pequena apresentação da placa iNemo, suas características, seu ambiente de aquisição de dados e seu ambiente de instalação e modificação do firmware.

### 3.1 PLATAFORMA INERCIAL ADOTADA: INEMO

Para o desenvolvimento desse projeto foi apresentada a plataforma inercial feita pela STMicroelectronics. A placa é feita com sensores da própria ST, e, além disso, possui um poderoso microcontrolador de 32-bit, com um processador ARM® Cortex™-M3, ótimo para aplicações em tempo real. A tabela abaixo mostra os componentes que compõe essa placa, com algumas características principais de cada um deles.

Tabela 1 – Lista de componentes da placa iNemo

Componente	Função	Detalhes
STM32F103	Microcontrolador	32 bit, baixa potência e alta performance
LPR530AL	Giroscópio de dois eixos	Roll e Pitch, fundo de escala 300 °/s
LPY530AL	Giroscópio de dois eixos	Pitch e Yaw, fundo de escala 300 °/s
LIS331DLH	Acelerômetros de três eixos	Fundo de escala programável $\pm 2$ , $\pm 4$ ou $\pm 8$ g
HMC5843	Magnetômetro de três eixos	Fundo de escala configurável, Máx $\pm 4$ Gauss
LPS001DL	Sensor de pressão	Fundo de escala 300-1000 mBar absoluta
STLM75:	Sensor de temperatura	Escala de $-55^{\circ}\text{C}$ a $+125^{\circ}\text{C}$

Além disso, existem algumas opções de armazenamento ou aquisição de dados. A placa vem equipada com um leitor de cartão MicroSD. A placa também possui um conector mini-USB, além de um conector serial de seis pinos.

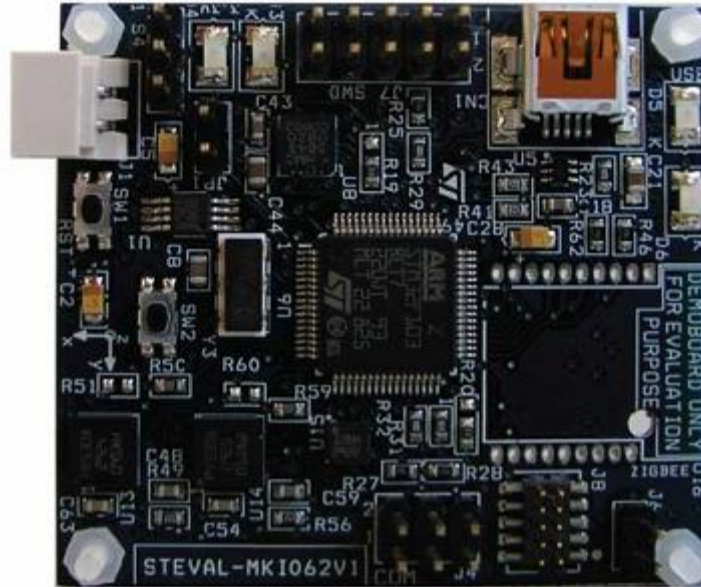


Figura 3.3 – Vista superior da Placa iNemo (Fonte: iNemo User Manual).

Para programação a placa oferece uma interface JTAG de 10 pinos, oferecendo a opção de on-board debug. Juntamente com a placa, recebe-se um software com uma interface gráfica para o usuário. Desse modo pode-se fazer a aquisição das leituras dos sensores, em tempo-real, e ter esses valores exibidos na tela, em forma gráfica ou de tabela.

Inicialmente para fazer um teste de aquisição de dados, foi necessário fazer o update do firmware da placa. Para isso, dispõe-se de um ambiente em Eclipse, para a programação na linguagem C++. O firmware da placa foi disponibilizado pela empresa, e qualquer alteração pode ser feita, debugada e instalada na placa. Para instalar o novo firmware foi necessário instalar alguns outros componentes no computador, para poder usar um adaptador USB-JTAG, e em seguida configurar o programa Eclipse para a correta instalação. Agora com o novo firmware instalado é possível fazer a aquisição de dados em tempo real.



Figura 3.4– Exemplo de uma aquisição de dados na interface gráfica iNemo.

Para fazer essa aquisição deve-se conectar a placa ao computador usando um cabo USB-miniUSB, e configurar a porta na qual a placa está conectada. Uma vez feito isso, basta selecionar o menu Tools/Communication/Connect. Quando a conexão for efetuada com sucesso, uma mensagem aparecerá na parte inferior da tela dizendo “Device Connected”.

Essa interface gráfica permite a seleção da frequência de aquisição, que pode ser de 50Hz, 25Hz, 10Hz ou 1 Hz. Após isso, pode-se definir o número de amostras desejadas, ou então optar por uma aquisição contínua.

A definição do sentido dos eixos de medida da placa é mostrada na figura a seguir.

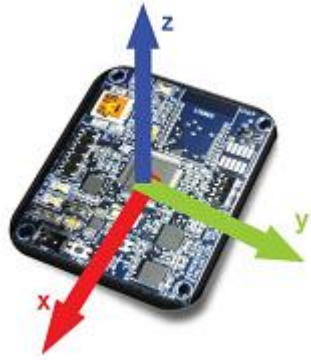


Figura 3.5 – Definição das direções das leituras na Placa iNemo (Fonte: iNemo User Manual).

## 4 CONCEITOS DE NAVEGAÇÃO

Navegação é uma habilidade antiga que virou uma ciência complexa. Basicamente, se trata de encontrar o caminho entre dois lugares, e isso pode ser obtido de diversas maneiras.

Por exemplo: Um modo simples de navegação é seguir direções ou instruções. Alguém que já conhece o caminho fornece as coordenadas para te guiar: “Vire a direita na Alameda Santos, vire a esquerda no terceiro semáforo e siga em frente, o prédio estará a sua direita.”

De maneira complementar, pode-se navegar seguindo um mapa. O navegador encontra a sua posição no mapa observando as características do seu entorno, como ruas, montanhas, vales, parques ou rios, que também estão representados cartograficamente. Outro método é a observação de outros objetos fixos ou fenômenos naturais. Algumas técnicas antigas como essas vem sendo utilizadas há muito tempo, como por exemplo, usando a posição de estrelas já conhecidas. Sabendo como funciona a movimentação da Terra e o tempo de navegação é possível que o navegador defina a sua posição na superfície terrestre.

Uma coisa que todos os métodos mencionados acima têm é comum é que eles dependem da capacidade de observação e reconhecimento de aspectos geográficos ou pontos fixos previamente conhecidos.

Hoje em dia, os aparelhos de GPS vêm sendo utilizados cada vez mais, principalmente em automóveis pessoais, para determinar a rota entre dois pontos conhecidos. O sistema de navegação por GPS funciona utilizando uma série de satélites colocados em órbita e receptores que podem estar em qualquer lugar da superfície terrestre

ou próximo a ela. Para funcionar corretamente o receptor deve ser capaz de receber sinais, não obstruídos, de no mínimo quatro satélites. Caso contrário, a posição não é corretamente calculada. Quanto maior o número de satélites “visíveis” pelo receptor, mais preciso é o valor fornecido para sua posição. Porém, essa precisão também depende da qualidade do receptor empregado.

No entanto, existem lugares onde não é possível receber o sinal do GPS, como no interior de edifícios, em áreas urbanas muito densas, em túneis, em minas, embaixo d’água, ou em regiões montanhosas, pois os sinais do GPS são bloqueados por montanhas.

Um modo diferente de se tratar esse problema é a utilização do princípio conhecido em inglês como “Dead-Reckoning”, que permite que o navegador conheça sua posição atual sabendo sua posição inicial, a direção em que se moveu e a sua velocidade média. Resolvendo-se um simples cálculo de ‘velocidade vezes tempo’, projetando seu resultado na direção correta, e somando com a posição inicial, pode-se estimar a posição atual. Um modo de adquirir tais medidas é a utilização de sensores inerciais, acelerômetros e giroscópios. Esse modo é conhecido como Navegação Inercial. Pode ser utilizado quando não é possível usar o GPS, ou também pode ser utilizado paralelamente a ele. Algumas aplicações militares requisitam que o objeto não dependa de sinais externos para se localizar, uma vez que sinais externos podem ser bloqueados ou até mesmo corrompidos.

#### 4.1 NAVEGAÇÃO INERCIAL

Navegação inercial é uma técnica independente de navegação, na qual medidas obtidas de acelerômetros e giroscópios são utilizadas para monitorar a posição e orientação de um objeto, relativo a ponto, orientação e velocidade iniciais conhecidos. Baseado em princípios básicos da mecânica, foi criado um dispositivo capaz de medir a aceleração de um corpo. Usando esse dispositivo, acelerômetros, e realizando sucessivas integrações

matemáticas em relação ao tempo, podemos obter valores de velocidade e posição. Outro sensor importante é o giroscópio, capaz de medir velocidade angular com a qual um corpo roda. O aparelho que fornece esses sinais é chamado de Unidade de Medida Inercial, que é tipicamente composto por três acelerômetros ortogonais, e três giroscópios ortogonais. Para acompanhar a variação da posição e orientação desse aparelho, deve-se processar os sinais dos sensores, utilizando as equações que serão apresentadas no Capítulo 5, que serão implementadas como visto no Capítulo 6. Diferente de outros tipos de navegação, as inerciais são inteiramente independentes da transmissão de sinais, seja para ou do veículo. Não obstante, elas dependem do conhecimento exato da posição e orientação inicial do veículo, o que pode ser difícil em alguns casos. Navegação inercial é utilizada em um vasto campo de aplicação, incluindo a navegação de aeronaves, mísseis táticos e estratégicos, naves espaciais, submarinos e navios. Os recentes avanços na construção de dispositivos MEMS possibilitaram a criação de sistemas de navegação menores e mais leves. Esses avanços ampliaram ainda mais o campo de possíveis aplicações, como a captura de movimento de humanos ou de animais.

Os sistemas de navegação inercial são classificados de acordo com a sua configuração, geralmente em duas categorias diferentes. A maior diferença entre essas duas classes é o sistema de referência no qual os giroscópios e acelerômetros operam. Mais a frente, serão apresentados e discutidos os sistemas de referência mais comuns para esse tipo de aplicação.

#### **4.1.1 Sistemas com plataforma estável**

Nesse tipo de configuração os sensores inerciais são montados em uma plataforma estável que é isolada de qualquer tipo de rotação externa, ou seja, a plataforma é mantida em alinhamento com o sistema de referência global. Para tornar isso possível, essa plataforma é montada num conjunto de gimbals, que permite a sua livre rotação em torno

dos três eixos. A figura 4.1, a seguir, explica melhor essa configuração. Quando alguma rotação é imposta, os giroscópios detectam esse movimento. Esses sinais são realimentados aos motores de torque que rotacionam as juntas de modo a cancelar a rotação externa que foi aplicada. Conseqüentemente, a plataforma é mantida alinhada com o frame global.

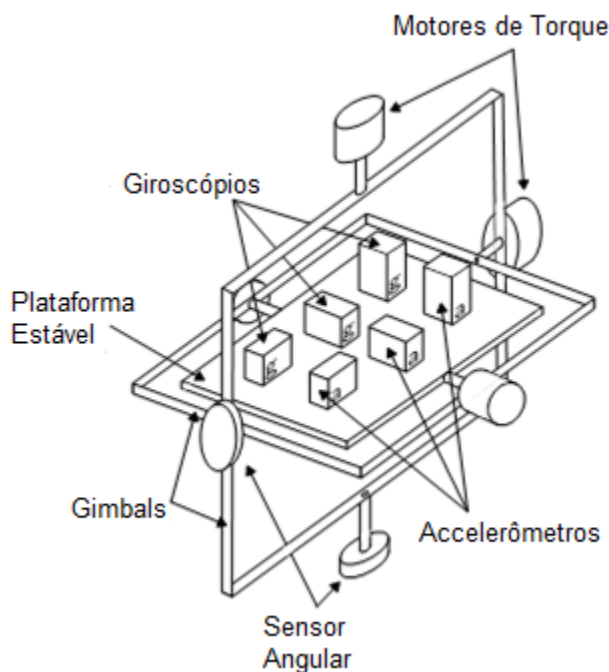


Figura 4.1 - Unidade de medição inercial com plataforma estável (Adaptado de: Titterton, 2007).

A fim de obter a orientação da plataforma é necessário ler os valores dos ângulos entre as juntas adjacentes. Para calcular a posição do aparelho os sinais dos acelerômetros são integrados duas vezes. O algoritmo utilizado para sistemas com plataforma estável é mostrado na Figura 4.2.

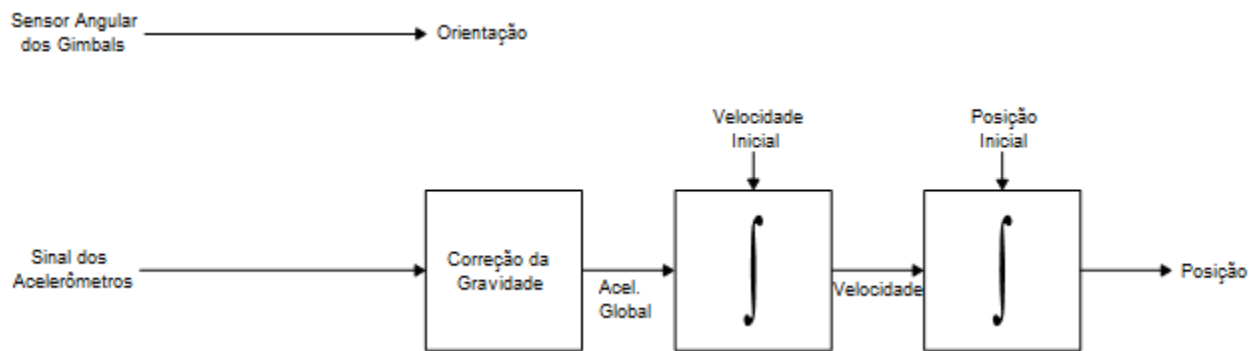


Figura 4.2- Algoritmo para plataforma estável (Adaptado de: Woodman, 2007).

#### 4.1.2 Sistemas Strapdown

Em sistemas de navegação strapdown os sensores são rigidamente presos ao corpo, assim as medidas obtidas estão no sistema de referência do corpo ao invés do global. Embora a complexidade mecânica de montagem seja reduzida drasticamente, uma maior complexidade computacional é adicionada ao sistema, além disso, requerem-se sensores com taxas de amostragem maiores. Para saber a orientação as medidas de velocidade angular devem ser integradas, como descrito no Capítulo 6. Os valores dos acelerômetros são projetados no sistema de referência global, utilizando a orientação que foi determinada pelos giroscópios. Em seguida, integra-se duas vezes o valor das coordenadas globais da mesma forma que é feito para sistemas com plataforma estável. Esse procedimento é mostrado na figura 4.3.

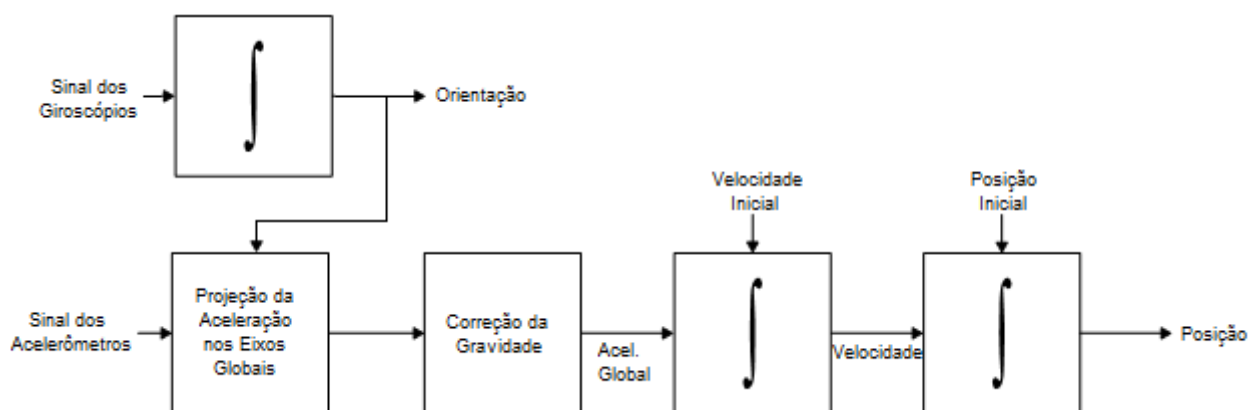


Figura 4.3 - Algoritmo para sistemas strapdown (Adaptado de: Woodman, 2007).

Os benefícios trazidos por essa abordagem são; custo reduzido, tamanho reduzido, menor complexidade na montagem, maior confiabilidade comparada com plataformas estáveis equivalentes. Porém esses benefícios aparecem ao custo do aumento da complexidade computacional. Os grandes avanços na computação aliado com a melhoria dos sensores adequados (tecnologia MEMS) fizeram o custo computacional ser reduzido de tal forma que os sistemas Strapdown se tornaram o tipo de sistema de navegação inercial (INS) dominante.

## 4.2 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

Uma ferramenta fundamental para o processo de navegação inercial é a definição precisa de alguns sistemas cartesianos de coordenadas. Cada um deles deve ser um sistema ortogonal positivo de coordenadas cartesianas.

Usando sistemas de referência apropriados pode-se relacionar as medidas inerciais em referência as direções cardeais da Terra. Por esse motivo, costuma-se considerar um referencial inercial estacionário em relação ao nosso planeta.

A figura 4.4 ilustra os referenciais Inercial, da Terra e de navegação. Uma breve explicação de cada um desses referenciais será dada em seguida, juntamente com a explicação do referencial do corpo.



relação ao e-frame é  $\omega_{en}$ , e é governada pelo movimento do ponto P em relação à Terra.

- O referencial do Corpo (b-frame), mostrado na figura 4.5, é um conjunto de eixos ortogonais, e é alinhado com os eixos de roll, pitch e yaw do veículo, que nesse caso é a placa iNemo.

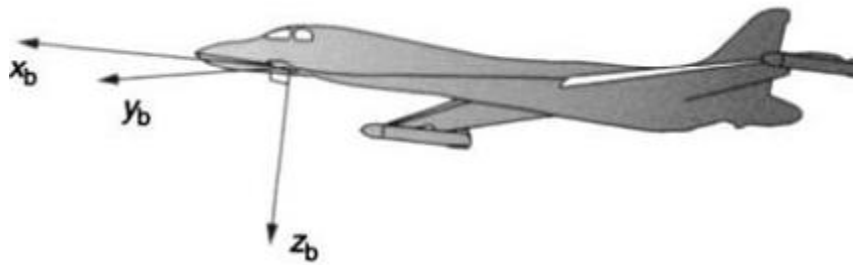


Figura 4.5 - Ilustração do referencial do corpo (Fonte: Titterton, 2007).

## 5 SISTEMA TRIDIMENSIONAL DE NAVEGAÇÃO STRAPDOWN

### 5.1 DESCRIÇÃO GERAL

Na nossa situação, queremos navegar em um sistema de referência tridimensional. Primeiramente, algumas hipóteses gerais e representações serão descritas. Na seqüência, usando uma mecanização mais específica em um sistema de referencia apropriado, todas as equações mecânicas do nosso sistema serão obtidas.

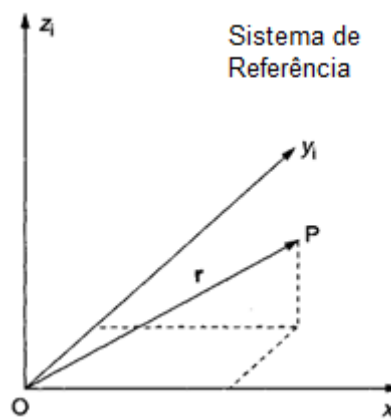


Figura 5.1 - Vetor posição em relação ao sistema de referência.

Inicialmente, considera-se o ponto P, navegando em respeito a conjunto de eixos fixos (figura 5.1). Para determinar as componentes da aceleração em relação a esses eixos, deve-se efetuar a medida da força específica (saída dos acelerômetros) e somá-las com a estimativa do campo gravitacional. Integrando essas quantidades duas vezes, obtém-se as estimativas para a velocidade e posição.

A aceleração de P em relação aos eixos fixos no espaço, i-frame, é definida por:

$$a_i = \left. \frac{d^2 r}{dt^2} \right|_i \quad (5.1)$$

Os acelerômetros do nosso INS fornecem a medida da força específica ( $f$ ) agindo no ponto P, onde:

$$f = \left. \frac{d^2 r}{dt^2} \right|_i - g \quad (5.2)$$

Sendo  $g$  o vetor de atração gravitacional.

Reagrupando a equação 4.2, obtém-se a seguinte equação:

$$\left. \frac{d^2 r}{dt^2} \right|_i = f + g \quad (5.3)$$

Essa equação é conhecida como equação de navegação, e pode ser resolvida em qualquer um dos sistemas de referência mencionados anteriormente. Dependendo da aplicação um deles será a melhor escolha. No nosso caso a melhor escolha seria o referencial local geográfico de Navegação, n-frame, que fornece a posição na terra em termos de latitude (L), longitude (l) e altitude (h)

## 5.2 MECANIZAÇÃO NO REFERENCIAL DE NAVEGAÇÃO

Antes de começar a descrever as equações para essa seção, um conceito muito importante deve ser discutido. Os acelerômetros da nossa placa provêm a medida da força específica no referencial preso ao corpo, b-frame, denotada  $f^b$ . Para executar os cálculos necessários, é preciso determinar as componentes da força específica no referencial de navegação. O que pode ser alcançado pré-multiplicando o vetor  $f^b$  pela matriz de rotação  $C_b^n$ :

$$f^n = C_b^n f^b \quad (5.4)$$

Sendo  $C_b^n$  a matriz 3x3 que define a atitude do b-frame em relação ao n-frame. Um dos maiores problemas da navegação inercial está em como definir o valor inicial para essa matriz. No Capítulo 6 são apresentadas as diferentes representações para a atitude do corpo.

Voltando a mecanização; os dados da navegação são expressos em termos das componentes norte e leste da velocidade, latitude, longitude e altitude. Se o problema fosse abordado utilizando o referencial Inercial ou da Terra, esses valores poderiam ser computados utilizando as estimativas de posição, contudo isso envolveria uma ulterior transformação do vetor de velocidade. Ademais, surgiriam alguns problemas na tentativa de representar, num computador, o campo gravitacional de forma precisa. Por essas razões é que se utiliza com mais freqüência a mecanização no referencial de navegação quando se navega em torno da terra.

Aqui a velocidade no solo,  $v_e^n$  é expressa nas coordenadas de navegação. A taxa de variação desse vetor em relação ao tempo, expressa no referencial de navegação, pode ser expressa em termos da taxa de variação em relação ao referencial inercial, como segue:

$$\left. \frac{dv_e}{dt} \right|_n = \left. \frac{dv_e}{dt} \right|_i - [\omega_{ie} + \omega_{en}] \times v_e \quad (5.5)$$

Como visto em [1],  $\left. \frac{dv_e}{dt} \right|_i = f - \omega_{ie} + g_1$  onde  $g_1$  é o vetor gravitacional local (força atrativa e ação da aceleração centrípeta). Substituindo em (5.5), se tem:

$$\left. \frac{dv_e}{dt} \right|_n = f - [2\omega_{ie} + \omega_{en}] \times v_e + g_1 \quad (5.6)$$

Expressando nos eixos de navegação:

$$\dot{v}_e^n = C_b^n f^b - [2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \times v_e^n + g_1^n \quad (5.7)$$

Na qual  $C_b^n$  é a matriz de rotação. Essa matriz se propaga no tempo seguindo a seguinte equação:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (5.8)$$

Sendo que  $\Omega_{nb}^b$  é a forma anti-simétrica de  $\omega_{nb}^b$ , a taxa de rotação do corpo em relação ao referencial de navegação, representada no referencial do corpo. Isso é fornecido subtraindo das medidas de taxa de rotação do corpo,  $\omega_{ib}^b$  a taxa de rotação das estimativas das componentes do referencial de navegação. Portanto,

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b [\omega_{ie}^n - \omega_{en}^n] \quad (5.9)$$

Onde  $\omega_{ie}^n$  é a taxa de rotação da Terra em respeito ao referencial Inercial, representada no referencial de navegação. E  $\omega_{en}^n$  é a taxa de rotação do referencial de navegação em respeito à Terra, representada no n-frame.

A figura 5.2 representa o diagrama de bloco da mecanização no referencial de navegação.

Na equação de navegação, (5.7), cada termo tem seu significado físico. A partir daí percebe-se que a taxa de variação da velocidade, em respeito à superfície da Terra, é formada pelos seguintes termos:

1. A força específica agindo sobre a placa iNemo, medida pelos acelerômetros.
2. A correção da aceleração causada pela velocidade da placa iNemo na superfície rotativa da Terra, Aceleração de Coriolis.
3. A correção da força centrípeta da placa iNemo, causada pelo seu movimento sobre a superfície terrestre.
4. A compensação da força gravitacional aparente agindo sobre a placa. Que inclui tanto a atração de massa quando a força centrípeta devido a rotação da Terra.

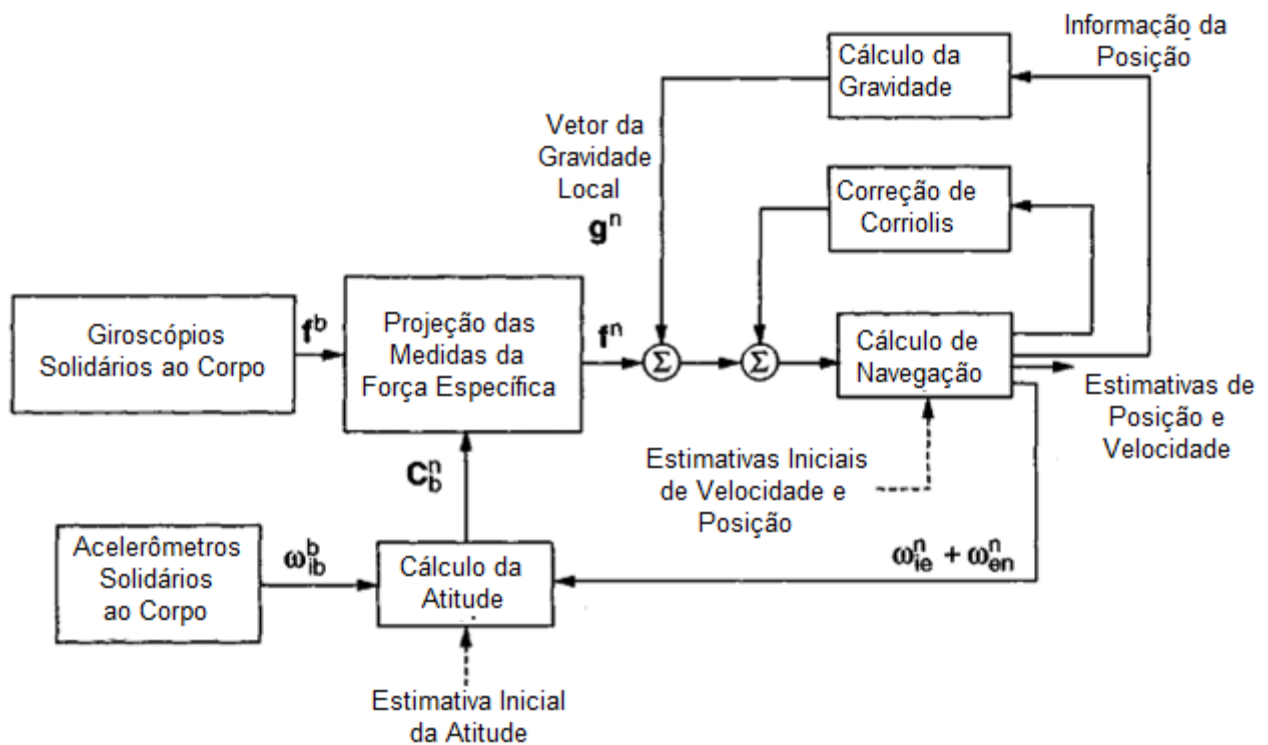


Figura 5.2 - Diagrama de blocos da mecanização em um sistema Strapdown (Adaptado de: Titterton, 2007).

A fim de extrair a atitude, velocidade e posição, essas equações discutidas devem ser implementadas e numericamente integradas por um computador. O cálculo da atitude e posição e velocidade serão desenvolvidos no Capítulo 7.

## 6 REPRESENTAÇÃO DA ATITUDE EM SISTEMAS STRAPDOWN

Antes de expor os métodos para a resolução da equação de navegação, é de extrema importância falar brevemente sobre as diferentes representações para a atitude e de maneira comparativa decidir qual será adotada no restante desse trabalho. A atitude de um sistema em respeito ao sistema de referência escolhido deve ser armazenada como um conjunto de números. À medida que o sistema gira, a atitude deve ser atualizada, usando as medidas fornecidas pelos giroscópios.

Várias representações matemáticas podem ser utilizadas para definir a atitude de um corpo. As três mais comuns são:

- Matriz dos cossenos diretores

Essa matriz é formada pela representação dos versores dos eixos do referencial do corpo projetados nos eixos do sistema de referência escolhido (no caso o referencial de Navegação).

- Ângulos de Euler

A transformação de um sistema de coordenadas para o outro é definida por uma seqüência de três rotações sucessivas em torno a diferentes eixos definidos cuja ordem é fixa e previamente definida. Esse é o modo mais simples em termos de visualização física, porém introduz alguns problemas matemáticos.

- Quaternions

A transformação é representada por uma única rotação em torno de um eixo definido no sistema de referência. Um quaternion é um vetor de quatro elementos; os

elementos são em função da orientação do versor do eixo de rotação e da magnitude da rotação.

Em seguida será feita uma apresentação mais detalhada dos ângulos de Euler e dos Quaternions, adquirindo então uma base apropriada para a escolha de qual representação será usada no restante desse trabalho. Mas antes disso faz-se necessária uma pequena revisão de alguns conceitos e propriedades de matrizes de rotação.

## 6.1 PROPRIEDADES DE MATRIZES DE ROTAÇÃO

Primeiramente ressalva-se que as matrizes de rotação aqui adotadas são consistentes com sistemas de coordenadas dextrógiros e segue-se a regra da mão direita pra convencionar os sinais positivos de rotação. Seja  $C_b^a$  uma matriz de rotação qualquer entre dois sistemas de coordenadas ortonormais denominados  $a$  e  $b$ , pode-se afirmar que:

$$\text{Det}[C_b^a] = 1 \quad (6.1)$$

$$C_b^{a^{-1}} = C_b^{aT} \quad (6.2)$$

$$C_b^a \cdot C_b^{aT} = I \quad (6.3)$$

$$C_b^{a^{-1}} = C_b^{aT} = C_a^b \quad (6.4)$$

Considerando agora outras duas matrizes de rotação quaisquer  $C_1$ , e  $C_2$  não vale a comutação na multiplicação, ou seja:

$$C_1 \cdot C_2 \neq C_2 \cdot C_1 \quad (6.5)$$

## 6.2 ÂNGULOS DE EULER

Os ângulos de Euler são um dos parâmetros mais comuns usados na descrição de orientações angulares relativas entre corpos. Sabemos que se pode obter uma determinada configuração de eixos cartesianos aplicando uma seqüência de três rotações na configuração inicial. De tal forma que cada rotação seja realizada em torno de um dos eixos do sistema cartesiano e que duas rotações consecutivas não podem ser realizadas em torno do mesmo eixo. Seguindo essas condições chega-se a 12 diferentes possibilidades. Uma forma comum que é adotada nesse tipo de representação é constituída por uma rotação em torno do eixo Z, seguida de uma em torno do eixo Y móvel, finalizada com uma rotação em torno do novo eixo X. Sendo que os ângulos de cada uma dessas rotações são conhecidos como ângulos de Euler, e definem os movimentos conhecidos como “Yaw”, “Pitch” e “Roll”. Partindo de um sistema de coordenadas XYZ, deseja-se chegar ao novo sistema xyz. Define-se como base a regra da mão direita para adotar o sentido positivo de rotação.

- Primeira Rotação (Movimento de “Yaw”)

Partindo do sistema de coordenadas XYZ, será executada uma rotação de  $\psi$  em torno do eixo Z. A matriz de rotação correspondente será

$$C_{XYZ}^{x'y'z'} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Sendo XYZ o sistema original e x'y'z' o sistema obtido após a rotação, sendo que Z e z' são equivalentes.

- Segunda Rotação (Movimento de “Pitch”)

Agora como base adota-se o sistema x'y'z', e efetua-se uma rotação de  $\theta$  em torno do eixo y', obtendo assim o novo sistema x''y''z'', cuja matriz de rotação é:

$$C_{x''y''z''}^{x'y'z'} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Da mesma forma que visto anteriormente, no  $x''y''z''$  o eixo  $y''$  equivale ao eixo  $y'$ .

- Terceira Rotação (Movimento de “Roll”)

Por último aplica-se ao novo sistema  $x''y''z''$  uma rotação, de magnitude  $\phi$ , em torno do eixo  $x''$ . Dessa forma chega-se ao desejado sistema de referência  $xyz$ . A matriz de rotação dessa última parte é:

$$C_{x''y''z''}^{xyz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Utilizando a composição de rotações, sabemos que a matriz de rotação que leva o sistema original ao sistema final é dado por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = C_{XYZ}^{xyz} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = C_{x''y''z''}^{xyz} C_{x'y'z'}^{x''y''z''} C_{XYZ}^{x'y'z'} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$\Rightarrow C_{XYZ}^{xyz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \phi \sin \theta - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \sin \theta & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi & \sin \psi \cos \phi \sin \theta - \sin \phi \cos \psi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Conhecendo-se essa matriz de rotação pode-se determinar os ângulos de Euler, relativos à seqüência de rotação previamente definida:

$$\psi = \text{atan2}(c_{12}, c_{11}) \quad (6.12)$$

$$\theta = \text{atan2}\left(-c_{13}, \frac{c_{11}}{\cos \psi}\right) \quad (6.13)$$

$$\phi = \text{atan2}(c_{23}, c_{33}) \quad (6.14)$$

Para se obter valores no eixo fixo, a partir de valores no eixo móvel, deve-se fazer a transformação inversa, representada por  $C_{xyz}^{XYZ}$ , que é obtida através da matriz transposta da vista em (6.6)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \phi \sin \theta - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \sin \theta & \sin \psi \cos \phi \sin \theta - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

### 6.2.1 Propagação dos Ângulos de Euler

Agora se supõe que o sistema xyz esteja girando em relação ao sistema original XYZ. Dessa for a matriz de rotação  $C_{XYZ}^{xyz}$  está variando com o tempo, um a vez que os ângulos de Euler  $\psi$ ,  $\theta$  e  $\phi$  mudam de valor a cada instante.

Sabendo-se que  $\omega$  é a velocidade angular com que gira o referencial xyz, cujas componentes no referencial xyz são  $(\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)$ . Deseja-se determinar a variação dos ângulos de Euler em função dessa velocidade angular e dos próprios ângulos. Tem-se então:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_{x''y''z''}^{xyz} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + C_{x''y''z''}^{xyz} \cdot C_{x'y'z'}^{x''y''z''} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Resultando em:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Invertendo o resultado obtém-se as velocidades angulares desejadas.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Nota-se que desenvolvendo o sistema dessa forma tem-se uma singularidade em duas equações para  $\theta = \pi/2$ .

## 6.3 QUATERNIONS

Um quaternion é um número hiper-complexo representado por:

$$q = q_0 + i \cdot q_1 + j \cdot q_2 + k \cdot q_3 = (q_0, q_1, q_2, q_3) = (q_0, \bar{q}) \quad (6.18)$$

Sendo  $q_0, q_1, q_2$  e  $q_3$  são números reais e os complexos  $i, j$  e  $k$  possuem as seguintes propriedades:

1.  $i^2 = j^2 = k^2 = -1$
2.  $ij = k; jk = i; ki = j; ik = -j; ji = -k; kj = -i$

Chamamos de  $S(q)$  a parte escalar do quaternion;  $S(q) = q_0$ , e resto,  $i \cdot q_1 + j \cdot q_2 + k \cdot q_3$ , de parte vetorial,  $V(q)$ . De fato, pode-se associar os complexos  $i, j$  e  $k$  aos versores de um sistema de referencia tridimensional e positivo.

### 6.3.1 Definições e Propriedades dos Quaternions

Quaternion nulo:

$$q = 0 + i \cdot 0 + j \cdot 0 + k \cdot 0$$

Conjugado de um quaternion:

$$C(q) = q^* = q_0 - i \cdot q_1 - j \cdot q_2 - k \cdot q_3$$

Norma de um quaternion

$$N(q) = q \cdot C(q) = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$$

Inverso de um quaternion:

$$q^{-1} = \frac{C(q)}{N(q)}$$

Supondo-se que  $N(q)$  seja diferente de zero. Note-se que  $N(q) \cdot N(q^{-1}) = 1$  e logo  $q \cdot q^{-1} = 1$

### 6.3.2 Rotações representadas por um quaternion

Pode-se interpretar um quaternion como uma rotação em torno de um determinado eixo, sendo a direção deste eixo determinada pela parte vetorial, e a magnitude da rotação definida pela parte real.

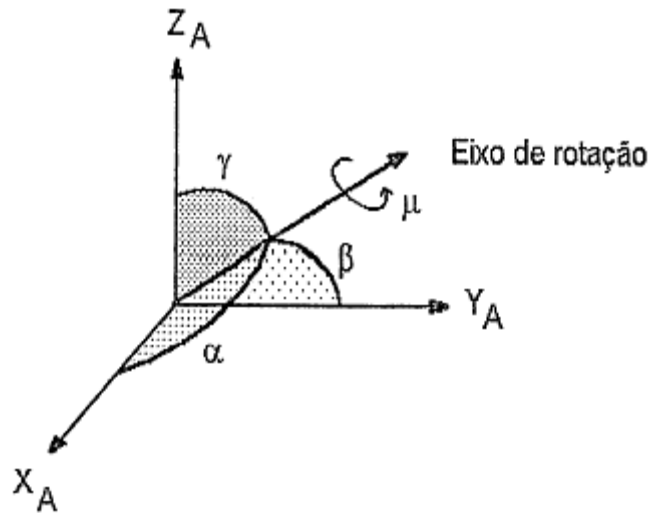


Figura 6.1 – Rotação associada a um quaternion (Fonte: Oliveira, 2000).

Logo o quaternion que se associa a rotação descrita na figura é definido como:

$$q_0 = \cos(\mu/2) \quad (6.19)$$

$$q_1 = \sin(\mu/2) \cos \alpha \quad (6.20)$$

$$q_2 = \sin(\mu/2) \cos \beta \quad (6.21)$$

$$q_3 = \sin(\mu/2) \cos \gamma \quad (6.22)$$

O teorema de Euler diz que, dados dois sistemas de coordenadas A e B, pode-se definir a direção de um eixo de rotação em torno do qual uma única rotação fará os dois sistemas coincidirem.

O quaternion acima é conhecido como quaternion de Euler, e  $q_0, q_1, q_2$  e  $q_3$  são os parâmetros de Euler.

Define-se agora dois quaternions com parte escalar nula;  $r = (0, X, Y, Z)$ , que são as coordenadas de um vetor no referencial fixo, e  $r' = (0, x, y, z)$ , que por sua vez são as

coordenadas no sistema móvel. Esses dois vetores podem ser relacionados através da seguinte operação, utilizando o quaternion  $q$ , que representa a rotação entre os dois referenciais.

$$r' = q^{-1}r q \quad (6.23)$$

Como o quaternion de Euler, por definição, possui norma unitária, sabe-se que  $q^{-1} = C(q)$

Dessa forma, pode-se desenvolver a expressão (6.23) da seguinte forma:

$$r' = (q_0 - i.q_1 - j.q_2 - k.q_3).(0 + i.X + j.Y + k.Z).(q_0 + i.q_1 + j.q_2 + k.q_3) \quad (6.24)$$

Aplicando as propriedades dos quaternion, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_0q_3 + q_1q_2) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_0q_1 + q_2q_3) \\ 2(q_0q_2 + q_1q_3) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Como os quaternions utilizados são normalizados vale:

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (6.26)$$

Dessa forma, a matriz de rotação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$C_{XYZ}^{xyz} = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_0q_3 + q_1q_2) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) \\ 2(q_0q_2 + q_1q_3) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix}$$

Conhecendo-se a matriz de rotação entre dois sistemas é possível extrair o quaternion correspondente, utilizando as seguintes relações:

$$q_0 = \frac{\sqrt{1+C_{11}+C_{22}+C_{33}}}{2}, \quad q_1 = \frac{C_{23}-C_{32}}{4q_0}$$

$$q_2 = \frac{C_{31}-C_{13}}{4q_0}, \quad q_3 = \frac{C_{12}-C_{21}}{4q_0}$$

### 6.3.3 Composição de Rotações

Assumem-se agora três sistemas de referência: A, B e C. Suponha que os quaternions normalizados,  $q_{AB}$ , que leva de A para B, e  $q_{BC}$ , semelhante para os sistemas B e C. Supondo também um vetor V, temos:

$$\vec{V}_B = q_{AB}^* \cdot \vec{V}_A \cdot q_{AB} \quad (6.27)$$

$$\vec{V}_C = q_{BC}^* \cdot \vec{V}_B \cdot q_{BC} \quad (6.28)$$

Substituindo-se (6.27) em (6.28) tem-se:

$$\vec{V}_C = q_{BC}^* \cdot (q_{AB}^* \cdot \vec{V}_A \cdot q_{AB}) \cdot q_{BC} \quad (6.29)$$

$$\vec{V}_C = (q_{BC}^* \cdot q_{AB}^*) \cdot \vec{V}_A \cdot (q_{AB} \cdot q_{BC}) \quad (6.30)$$

Das propriedades dos quaternions sabe-se que:

$$(q_{BC}^* \cdot q_{AB}^*) = (q_{BC} \cdot q_{AB})^* \quad (6.31)$$

Portanto:

$$\vec{V}_C = (q_{BC} \cdot q_{AB})^* \cdot \vec{V}_A \cdot (q_{AB} \cdot q_{BC}) \quad (6.32)$$

Dessa forma o quaternion que leva diretamente de A para C é:

$$q_{AC} = q_{AB} \cdot q_{BC} \quad (6.33)$$

Os quaternions podem ser multiplicados de forma a gerar um único quaternion que represente a rotação global.

### 6.3.4 Propagação de quaternions

Imagine que o sistema B está girando em relação ao sistema A com velocidade de rotação  $\vec{\omega}$  e que suas componentes são conhecidas no referencial B  $(\vec{\omega}_{X_B}, \vec{\omega}_{Y_B}, \vec{\omega}_{Z_B})$ .

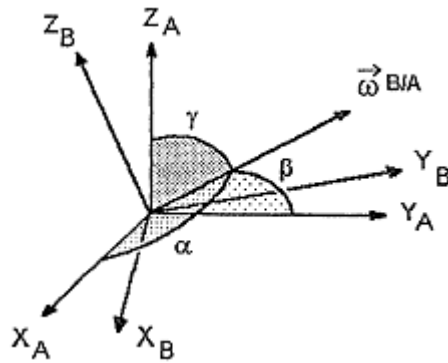


Figura 6.2 – O referencial B gira em relação ao referencial A (Fonte: Oliveira, 2000).

Imagine que se conhece a matriz de rotação,  $C_{AB}$ , em um determinado intervalo de tempo. No transcorrer de um intervalo de tempo  $\Delta t$ , o sistema B girou em relação a A, possuindo então uma nova atitude. Após o intervalo de tempo temos então o sistema novo, aqui chamado B', assim no instante final,  $t + \Delta t$  existirá uma nova matriz de rotação,  $C_{AB'}$

Para analisar como se propaga a matriz de rotação deve-se considerar como o sistema B enxerga os versores dos eixos do novo sistema B'

Veja a figura abaixo:

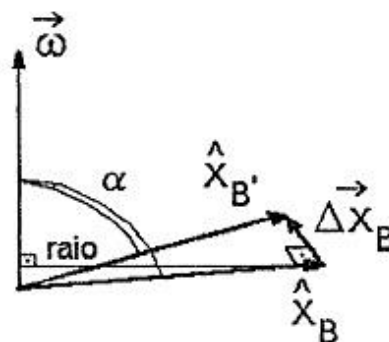


Figura 6.3 – Evolução do eixo  $\hat{X}_B$  (Fonte: Oliveira, 2000).

A figura 6.1 mostra o que acontece com o eixo  $\hat{X}_B$  em  $t$  e em  $t + \Delta t$ , após ter sofrido uma rotação devido à  $\vec{\omega}$ . O versor na direção do eixo  $X_B$  é representado por  $\hat{X}_B$ ; analogamente o versor na direção  $X_{B'}$  é definido por  $\hat{X}_{B'}$ . Além disso, a variação do versor  $\hat{X}_B$  é definida por  $\Delta\hat{X}_B$ .

Nota-se que  $\Delta\hat{X}_B$  é perpendicular ao vetor  $\hat{X}_B$ , pode-se perceber algo ainda mais importante, que  $\Delta\hat{X}_B$  é também perpendicular ao plano formado por  $\vec{\omega}$  e por  $\hat{X}_B$ . Desse modo a direção de  $\Delta\hat{X}_B$ , expressada em B, é dada pela expressão:

$$\frac{(\vec{\omega}) \times (\hat{X}_B)}{|\vec{\omega}| \cdot |\hat{X}_B| \cdot \sin(\alpha)}$$

Lembrando que  $\hat{X}_B$ , por ser um vetor, possui módulo unitário, logo, a expressão acima pode ser simplificada da seguinte forma:

$$\frac{(\vec{\omega}) \times (\hat{X}_B)}{|\vec{\omega}| \cdot \sin(\alpha)}$$

Uma vez calculada a direção da variação em questão, só resta determinar o módulo. Lembrando que  $\Delta\hat{X}_B$  surge como resultado de uma rotação de duração  $\Delta t$ . O eixo de rotação é definido pela direção de  $\vec{\omega}$ , e o raio de rotação é mostrado na figura XXX como a reta nomeada “raio”, cujo comprimento é  $\sin(\alpha)$ , uma vez que  $\hat{X}_B$  tem módulo unitário. Dessa forma, é possível dizer que o módulo de  $\Delta\hat{X}_B$  é  $|\vec{\omega}| \cdot \Delta t \cdot \sin(\alpha)$ .

Agora conhecendo os dois parâmetros acima descritos, pode-se obter  $\Delta\hat{X}_B$ , multiplicando o módulo pela direção, como visto abaixo

$$\Delta\hat{X}_B = |\vec{\omega}| \cdot \Delta t \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{(\vec{\omega}) \times (\hat{X}_B)}{|\vec{\omega}| \cdot |\hat{X}_B| \cdot \sin(\alpha)}$$

Simplificando, tem-se:

$$\Delta\hat{X}_B = \Delta t \cdot (\vec{\omega} \times \hat{X}_B) \tag{6.34}$$

Estendendo-se o mesmo raciocínio para  $\Delta\hat{Y}_B$  e  $\Delta\hat{Z}_B$ , obtém-se:

$$\Delta\hat{Y}_B = \Delta t \cdot (\vec{\omega} \times \hat{Y}_B) \tag{6.35}$$

$$\Delta\hat{Z}_B = \Delta t \cdot (\vec{\omega} \times \hat{Z}_B) \tag{6.36}$$

Como definido anteriormente:

$$\hat{X}_{B'} = \hat{X}_B + \Delta\hat{X}_B \quad (6.37)$$

$$\hat{Y}_{B'} = \hat{Y}_B + \Delta\hat{Y}_B \quad (6.38)$$

$$\hat{Z}_{B'} = \hat{Z}_B + \Delta\hat{Z}_B \quad (6.39)$$

Substituindo-se as expressões obtidas para as variações, tem-se:

$$\hat{X}_{B'} = \hat{X}_B + \Delta t \cdot (\vec{\omega} \times \hat{X}_B) \quad (6.40)$$

$$\hat{Y}_{B'} = \hat{Y}_B + \Delta t \cdot (\vec{\omega} \times \hat{Y}_B) \quad (6.41)$$

$$\hat{Z}_{B'} = \hat{Z}_B + \Delta t \cdot (\vec{\omega} \times \hat{Z}_B) \quad (6.42)$$

Reescrevendo estas expressões matricialmente, chega-se em:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{B'} \\ \hat{Y}_{B'} \\ \hat{Z}_{B'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{\omega}_{Z_B} \cdot \Delta t & -\vec{\omega}_{Y_B} \cdot \Delta t \\ -\vec{\omega}_{Z_B} \cdot \Delta t & 1 & \vec{\omega}_{X_B} \cdot \Delta t \\ \vec{\omega}_{Y_B} \cdot \Delta t & -\vec{\omega}_{X_B} \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{X}_B \\ \hat{Y}_B \\ \hat{Z}_B \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

Essa matriz que aparece é a matriz de rotação entre B e B',  $C_{B'}^B$ . Então, no instante  $t + \Delta t$ , a transformação de A para B' é:

$$C_{B'}^A = C_{B'}^B \cdot C_B^A \quad (6.44)$$

Supõe-se que  $C_B^A$  seja dada por:

$$C_B^A = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (6.45)$$

Então a matriz  $C_{B'}^A$  passa a ser dada por:

$$C_{B'}^A = \begin{bmatrix} 1 & \vec{\omega}_{Z_B} \cdot \Delta t & -\vec{\omega}_{Y_B} \cdot \Delta t \\ -\vec{\omega}_{Z_B} \cdot \Delta t & 1 & \vec{\omega}_{X_B} \cdot \Delta t \\ \vec{\omega}_{Y_B} \cdot \Delta t & -\vec{\omega}_{X_B} \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (6.46)$$

Que também pode ser reescrita da seguinte forma:

$$C_{B'}^A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \vec{\omega}_{Z_B} \cdot \Delta t & -\vec{\omega}_{Y_B} \cdot \Delta t \\ -\vec{\omega}_{Z_B} \cdot \Delta t & 0 & \vec{\omega}_{X_B} \cdot \Delta t \\ \vec{\omega}_{Y_B} \cdot \Delta t & -\vec{\omega}_{X_B} \cdot \Delta t & 0 \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

Multiplicando-se termo a termo, tem-se:

$$C_{B'}^A = C_B^A + \begin{bmatrix} 0 & \vec{\omega}_{Z_B} \cdot \Delta t & -\vec{\omega}_{Y_B} \cdot \Delta t \\ -\vec{\omega}_{Z_B} \cdot \Delta t & 0 & \vec{\omega}_{X_B} \cdot \Delta t \\ \vec{\omega}_{Y_B} \cdot \Delta t & -\vec{\omega}_{X_B} \cdot \Delta t & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

Define-se agora um novo termo,  $\Delta C_B^A$ , que indica o quanto a matriz  $C_B^A$  varia no intervalo  $\Delta t$ , e é igual ao segundo termo da soma acima. Dividindo esse termo por  $\Delta t$  tem-se:

$$\frac{\Delta C_B^A}{\Delta t} = \begin{bmatrix} 0 & \vec{\omega}_{Z_B} & -\vec{\omega}_{Y_B} \\ -\vec{\omega}_{Z_B} & 0 & \vec{\omega}_{X_B} \\ \vec{\omega}_{Y_B} & -\vec{\omega}_{X_B} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

Define-se, agora, um conceito que será muito útil para aplicar nessa situação. Esse conceito é o de “diádica” de um vetor, que nada mais é que a representação de um vetor sob a forma de uma matriz anti-simétrica, com diagonal principal nulo. Este conceito é útil, pois permite a representação de um produto vetorial através da multiplicação de uma matriz por um vetor.

No nosso caso, será útil aplicar esse conceito no vetor  $\vec{\omega}$ , cuja diádica será:

$$\vec{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\vec{\omega}_{Z_B} & \vec{\omega}_{Y_B} \\ \vec{\omega}_{Z_B} & 0 & -\vec{\omega}_{X_B} \\ -\vec{\omega}_{Y_B} & \vec{\omega}_{X_B} & 0 \end{bmatrix}$$

Desse modo, pode-se escrever:

$$\dot{C}_B^A = -\vec{\Omega} \cdot C_B^A \quad (6.50)$$

Da qual se pode extrair as seguintes expressões:

$$\dot{C}_{11} = \vec{\omega}_{Z_B} \cdot C_{12} - \vec{\omega}_{Y_B} \cdot C_{31} \quad (6.51)$$

$$\dot{C}_{22} = -\vec{\omega}_{Z_B} \cdot C_{12} + \vec{\omega}_{X_B} \cdot C_{32} \quad (6.52)$$

$$\dot{C}_{33} = \vec{\omega}_{Y_B} \cdot C_{13} - \vec{\omega}_{X_B} \cdot C_{23} \quad (6.53)$$

Agora que se conhece como  $C_B^A$  no tempo, pode-se defini-la como o quaternion  $q_{AB}$  varia.

$$4. q_0^2 = 1 + C_{11} + C_{22} + C_{33} \quad (6.54)$$

$$4. q_1^2 = 1 + C_{11} - C_{22} - C_{33} \quad (6.55)$$

$$4. q_2^2 = 1 - C_{11} + C_{22} - C_{33} \quad (6.56)$$

$$4. q_3^2 = 1 - C_{11} - C_{22} + C_{33} \quad (6.57)$$

Derivando-se ambos os lados das expressões acima, em relação ao tempo, tem-se:

$$8. q_0 \cdot \dot{q}_0 = \dot{C}_{11} + \dot{C}_{22} + \dot{C}_{33} \quad (6.58)$$

$$8. q_1 \cdot \dot{q}_1 = \dot{C}_{11} - \dot{C}_{22} - \dot{C}_{33} \quad (6.59)$$

$$8. q_2 \cdot \dot{q}_2 = -\dot{C}_{11} + \dot{C}_{22} - \dot{C}_{33} \quad (6.60)$$

$$8. q_3 \cdot \dot{q}_3 = -\dot{C}_{11} - \dot{C}_{22} + \dot{C}_{33} \quad (6.61)$$

Substituindo nas expressões acima, as expressões (6.46), (6.47) e (6.48), chega-se em:

$$8. q_0 \cdot \dot{q}_0 = \vec{\omega}_{X_B}(C_{32} - C_{23}) + \vec{\omega}_{Y_B}(C_{13} - C_{31}) + \vec{\omega}_{Z_B}(C_{21} - C_{12}) \quad (6.62)$$

$$8. q_1 \cdot \dot{q}_1 = \vec{\omega}_{X_B}(C_{23} - C_{32}) + \vec{\omega}_{Y_B}(-C_{13} - C_{31}) + \vec{\omega}_{Z_B}(C_{21} + C_{12}) \quad (6.63)$$

$$8. q_2 \cdot \dot{q}_2 = \vec{\omega}_{X_B}(C_{32} + C_{23}) + \vec{\omega}_{Y_B}(C_{31} - C_{13}) + \vec{\omega}_{Z_B}(-C_{21} - C_{12}) \quad (6.64)$$

$$8. q_3 \cdot \dot{q}_3 = \vec{\omega}_{X_B}(-C_{32} - C_{23}) + \vec{\omega}_{Y_B}(C_{13} + C_{31}) + \vec{\omega}_{Z_B}(C_{12} - C_{21}) \quad (6.65)$$

Reagrupando e substituindo os elementos da matriz  $C_B^A$  pelos elementos do quaternion, tem-se:

$$\dot{q}_0 = \frac{1}{2}(-\vec{\omega}_{X_B} \cdot q_1 - \vec{\omega}_{Y_B} \cdot q_2 - \vec{\omega}_{Z_B} \cdot q_3) \quad (6.66)$$

$$\dot{q}_1 = \frac{1}{2}(\vec{\omega}_{X_B} \cdot q_0 + \vec{\omega}_{Z_B} \cdot q_2 - \vec{\omega}_{Y_B} \cdot q_3) \quad (6.67)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{2}(\vec{\omega}_{Y_B} \cdot q_0 - \vec{\omega}_{Z_B} \cdot q_1 + \vec{\omega}_{X_B} \cdot q_3) \quad (6.68)$$

$$\dot{q}_3 = \frac{1}{2}(\vec{\omega}_{Z_B} \cdot q_0 + \vec{\omega}_{Y_B} \cdot q_1 - \vec{\omega}_{X_B} \cdot q_2) \quad (6.69)$$

Na forma matricial temos:

$$\dot{q}_{AB}(t) = \frac{1}{2} \cdot \Omega(t) \cdot q_{AB}(t) \quad (6.70)$$

Onde:

$$\dot{q}_{AB} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}; \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\vec{\omega}_{X_B} & -\vec{\omega}_{Y_B} & -\vec{\omega}_{Z_B} \\ \vec{\omega}_{X_B} & 0 & \vec{\omega}_{Z_B} & -\vec{\omega}_{Y_B} \\ \vec{\omega}_{Y_B} & -\vec{\omega}_{Z_B} & 0 & \vec{\omega}_{X_B} \\ \vec{\omega}_{Z_B} & \vec{\omega}_{Y_B} & -\vec{\omega}_{X_B} & 0 \end{bmatrix}$$

### 6.3.5 Solução Analítica da Fórmula de Propagação do Quaternion

Supondo a hipótese de não comutatividade, ou seja, admitindo que a velocidade angular  $\vec{\omega}$  não muda de direção durante a amostragem das velocidades, e considerando T o período de amostragem, a solução analítica da equação de propagação de quaternion é dada por [15]:

$$\dot{q}_{AB}((k+1) \cdot T) = \exp(\Gamma) \cdot q_{AB}(kT) \quad (6.71)$$

Sendo:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\vec{\omega}_{X_B} & -\Delta\vec{\omega}_{Y_B} & -\Delta\vec{\omega}_{Z_B} \\ \Delta\vec{\omega}_{X_B} & 0 & \Delta\vec{\omega}_{Z_B} & -\Delta\vec{\omega}_{Y_B} \\ \Delta\vec{\omega}_{Y_B} & -\Delta\vec{\omega}_{Z_B} & 0 & \Delta\vec{\omega}_{X_B} \\ \Delta\vec{\omega}_{Z_B} & \Delta\vec{\omega}_{Y_B} & -\Delta\vec{\omega}_{X_B} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta\vec{\omega}_{X_B} = \int_{kT}^{(k+1)T} \vec{\omega}_{X_B}(\tau) \cdot d\tau; \Delta\vec{\omega}_{Y_B} = \int_{kT}^{(k+1)T} \vec{\omega}_{Y_B}(\tau) \cdot d\tau; \Delta\vec{\omega}_{Z_B} = \int_{kT}^{(k+1)T} \vec{\omega}_{Z_B}(\tau) \cdot d\tau$$

Fazendo a expansão em série de Taylor:

$$\exp(\Gamma) = I + \Gamma + \frac{1}{2!}\Gamma^2 + \frac{1}{3!}\Gamma^3 + \dots + \frac{1}{n!}\Gamma^n + \dots$$

Definindo:

$$\varphi = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta\vec{\omega}_{X_B}^2 + \Delta\vec{\omega}_{Y_B}^2 + \Delta\vec{\omega}_{Z_B}^2}$$

$$\Gamma^2 = -\varphi^2 \cdot I$$

$$\Gamma^3 = -\varphi^2 \cdot \Gamma$$

⋮

$$\Gamma^n = (-1)^{n/2} \cdot \varphi^n \cdot I$$

$$\Gamma^{n+1} = (-1)^{\frac{n}{2}} \cdot \varphi^n \cdot \Gamma = (-1)^{n/2} \cdot \frac{\varphi^{n+1}}{\varphi} \cdot \Gamma$$

$$\exp(\Gamma) = \left[ \sum_{\substack{n=0 \\ \text{par}}}^{\infty} \frac{(-1)^{n/2}}{n!} \cdot \varphi^n \right] \cdot I + \left[ \frac{1}{|\varphi|} \sum_{\substack{n=0 \\ \text{par}}}^{\infty} \frac{(-1)^{n/2}}{(n+1)!} \cdot \varphi^{n+1} \right] \cdot \Gamma$$

$$\exp(\Gamma) = \cos|\varphi| + \frac{1}{|\varphi|} \cdot \sin|\varphi| \cdot \Gamma$$

## 6.4 ESCOLHA DOS PARÂMETROS DE DESCRIÇÃO DA ATITUDE

Nas seções anteriores os dois principais parâmetros utilizados na descrição de orientações angulares foram apresentados. Os ângulos de Euler e os quaternions guardam algumas relações de equivalência entre eles, porém são bem distintos em alguns aspectos, principalmente em relação às equações de propagação. Analisando as particularidades de cada tipo de descrição, será escolhida aquela mais adequada para ser utilizada no nosso sistema.

### 6.4.1 Comparações e Escolha

Para melhor sistematizar aquilo exposto na seção anterior, afim de uma melhor visualização, as características de cada modo de descrição serão colocadas na tabela 2.

Com os ângulos de Euler, a descrição é feita por meio de três parâmetros, já com quaternions deve-se definir quatro parâmetros para uma completa descrição da atitude do corpo, porém, como usamos parâmetros normalizados, e sabemos que a norma deve ser

unitário, ou seja, esse quarto parâmetro é redundante, e pode ser calculado a partir dos outros três. Não se pode considerar que esse quarto parâmetro seja um problema, uma vez que as complicações decorrentes dele são nulas.

Tabela 2 – Comparativo entre ângulos de Euler e Quaternions

Características	Ângulos de Euler	Quaternions
Número de Parâmetros	Três parâmetros	Quatro parâmetros
Singularidades	Possui singularidades	Não Possui singularidades
Linearidade da Equação de Propagação	Não linear	Linear
Parâmetros da Equação de Propagação	Variáveis	Variáveis
Significado Físico	Imediato	Não Imediato

Como visto anteriormente, a descrição com ângulos de Euler resulta em singularidades (subseção 6.2.1), enquanto utilizando-se quaternions não se encontram limitações semelhantes. A problemática da singularidade, embora possa ser contornada por manipulações algébricas, é, sem dúvida, um transtorno. Isso fortalece o uso da descrição por quaternions.

Em relação ao significado físico os ângulos de Euler parecem levar alguma vantagem, porém como todos os dados são tratados computacionalmente, pouco importa a facilidade com que se analisem tais dados fisicamente. Vale lembrar que as expressões de conversão entre ângulos de Euler e quaternions (e vice-versa) são simples e de fácil manipulação computacional.

Em relação às equações de propagação a vantagem é dos quaternions. Com ângulos de Euler tem-se um sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares a parâmetros variáveis. Por sua vez, com quaternions recai-se num sistema de equações diferenciais ordinárias lineares a parâmetros variáveis.

Com tudo o que foi dito acima, conclui-se que a descrição por quaternion é a mais vantajosa das duas, principalmente devido à linearidade da equação de propagação. Além disso, é válido ressaltar que a equação de propagação dos quaternions possui solução analítica quando respeitada a hipótese de não comutatividade. Por isso, a partir de agora, adota-se a descrição da atitude em quaternions.

## 7 CÁLCULOS EFETUADOS NUM SISTEMA STRAPDOWN

As equações analíticas apresentadas no início do capítulo anterior devem ser resolvidas para se extrair as informações sobre a atitude, velocidade e a posição das medidas inerciais fornidas pelos acelerômetros e giroscópios da placa iNemo. A figura 6.1 descreve as tarefas que devem ser executadas nesse tipo de sistema para obter a saída requerida.

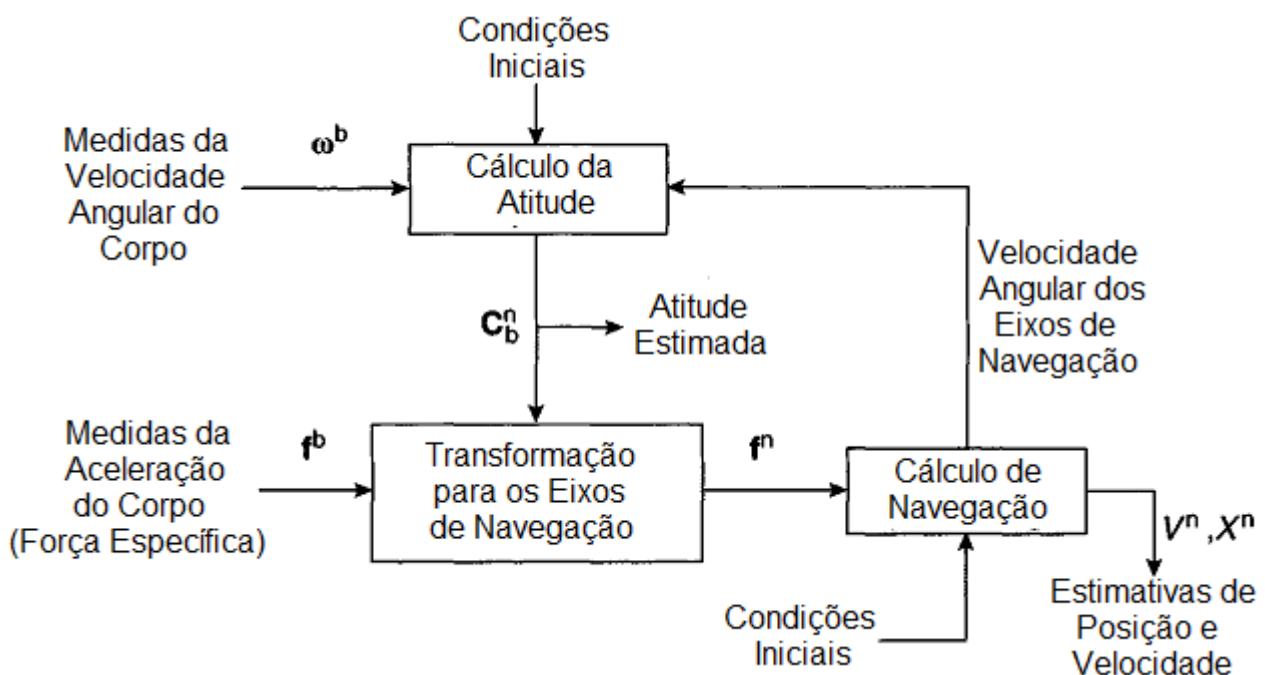


Figura 7.1 - Tarefas computacionais (Adaptado de: Titterton, 2007).

Em princípio as tarefas computacionais necessárias em um sistema de navegação inercial strapdown estavam muito acima da capacidade da tecnologia computacional disponível na época. Um grande problema era referente ao tamanho dos computadores que eram necessários para exercer tal função, impossibilitando a criação de um sistema de navegação pequeno e leve. Adicionalmente outro grande problema era a falta de velocidade computacional e baixas taxas de amostragem, o que entrouvrou a obtenção de um modo rápido e preciso para o cálculo da atitude, que é a parte computacionalmente mais exigente de um sistema de navegação inercial.

Hoje em dia, com o desenvolvimento de novos microcontroladores e microprocessadores, com melhor desempenho e tamanho reduzido, é possível criar sistemas strapdown de navegação inercial confiáveis e precisos. Um exemplo é a plataforma utilizada nesse projeto, a placa iNemo é uma unidade de medidas inerciais relativamente pequena e precisa. Além disso, vem equipada com um microcontrolador de alta performance, possibilitando a criação de um sistema de navegação de dimensões reduzidas.

## 7.1 ALGORITMO PARA O CÁLCULO DA ATITUDE

Essa é a parte crítica de um sistema strapdown, tanto que esse tópico vem sendo alvo de diversos estudos [3, 4, 5,6]. A abordagem convencional é determinar a atitude calculando a matriz de cossenos diretores, ou seu equivalente em quaternion, usando um esquema de integração numérica. Como visto anteriormente optou-se pela representação que utiliza quaternion.

Para essa representação a equação que deve ser resolvida para o cálculo da propagação do quaternion foi apresentada na seção, sendo a equação (6.70).

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \cdot \Omega \cdot q \quad (7.01)$$

Sendo, como descrito anteriormente,

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\vec{\omega}_x & -\vec{\omega}_y & -\vec{\omega}_z \\ \vec{\omega}_x & 0 & \vec{\omega}_z & -\vec{\omega}_y \\ \vec{\omega}_y & -\vec{\omega}_z & 0 & \vec{\omega}_x \\ \vec{\omega}_z & \vec{\omega}_y & -\vec{\omega}_x & 0 \end{bmatrix} \quad (7.02)$$

E  $\vec{\omega}_x$ ,  $\vec{\omega}_y$  e  $\vec{\omega}_z$  as componentes do vetor de rotação  $\vec{\omega}$ , medidos no referencial do corpo.

Considera-se, agora, a situação na qual o vetor de velocidade angular mantém as sua orientação fixa no período que estamos considerando. Para tal, a solução da equação acima pode ser dada por:

$$q_{k+1} = \left[ \exp \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega dt \right] \cdot q_k \quad (7.03)$$

Considera-se agora o cálculo dos ângulos de rotação, que é dado pela seguinte integral:

$$\sigma = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega dt \quad (7.04)$$

Portanto, tem-se que o vetor composto pelos ângulos de rotação é  $\sigma = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z]$ .

Dessa forma, pode-se definir que:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega dt = \Sigma = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_x & -\sigma_y & -\sigma_z \\ \sigma_x & 0 & \sigma_z & -\sigma_y \\ \sigma_y & -\sigma_z & 0 & \sigma_x \\ \sigma_z & \sigma_y & -\sigma_x & 0 \end{bmatrix} \quad (7.05)$$

Que, substituindo em (7.03), resulta em:

$$q_{k+1} = \exp \left( \frac{\Sigma}{2} \right) \cdot q_k \quad (7.06)$$

Expandindo o termo exponencial com feito em [1], resulta-se em:

$$q_{k+1} = q_k \cdot r_k \quad (7.07)$$

Sendo que  $r_k$  o quaternion que representa uma rotação de magnitude  $|\sigma|$ , em torno ao vetor  $\sigma$ . E pode ser calculado como:

$$r_k = \begin{bmatrix} a_c \\ a_s \cdot \sigma_x \\ a_s \cdot \sigma_y \\ a_s \cdot \sigma_z \end{bmatrix} \quad (7.08)$$

$$a_c = \cos\left(\frac{|\sigma|}{2}\right) \quad (7.09)$$

$$a_s = \sin\left(\frac{|\sigma|}{2}\right)/|\sigma| \quad (7.10)$$

Dessa forma, é o quaternion que leva do referencial do corpo em  $t_{k+1}$  para o referencial do corpo em  $t_k$ . E  $q_k$  representa o quaternion que relaciona os referenciais do corpo e de navegação no instante  $t_k$ .

Para calcular o parâmetro  $\sigma$  deve-se usar alguma metodologia de integração numérica. Como para cada intervalo considerado, temos apenas as medidas de rotação nos extremos do intervalo, ou seja,  $\omega_k$  e  $\omega_{k+1}$ , optou-se por utilizar o método dos trapézios para realizar a integral, ou seja:

$$\sigma = \frac{\omega_k + \omega_{k+1}}{2} \cdot \delta t \quad (7.11)$$

Com

$$\delta t = t_{k+1} - t_k \quad (7.12)$$

Outros métodos mais precisos de integração numérica podem ser escolhidos, porém esse método mostra-se eficiente para o problema proposto.

## 7.2 ALGORITMO PARA O CÁLCULO DO VETOR DE TRANSFORMAÇÃO DA VELOCIDADE

Nesse trecho leva-se em conta um algoritmo para calcular as componentes do vetor de força específica, no referencial de navegação.

A força específica medida da central inercial,  $\mathbf{f}^b$ , pode ser expressa nas coordenadas de navegação da seguinte forma:

$$f^n = C_b^n f^b \quad (7.13)$$

Para calcular o incremento de velocidade deve-se integrar a equação acima.

$$u_n = \int_{t_k}^{t_{k+1}} f^n dt \quad (7.14)$$

Sendo que  $u_n$  representa a mudança da velocidade no intervalo analisado, expressa no referencial de navegação. O vetor velocidade será calculado posteriormente somando-se os valores de  $u_n$  com a correção para a gravidade. Pode-se também, considerar uma correção para a aceleração de Coriolis, mas como as velocidades e acelerações envolvidas nesse caso estudado são reduzidas, não se executará esse tipo de correção.

A matriz de rotação  $C_b^n$  varia com tempo no intervalo considerado. Dessa forma podemos reescrevê-la em termos das duas matrizes;  $C_k$ , que é a matriz  $C_b^n$  calculada em  $t_k$  e  $A$ , que representa a transformação do referencial do corpo no intervalo analisado.

$$C_b^n = C_k \cdot A \quad (7.15)$$

Substituindo na composição das equações (7.13) e (7.14), tem-se:

$$u_n = C_k \cdot \int_{t_k}^{t_{k+1}} A \cdot f^b dt \quad (7.16)$$

Como discutido em [1], pode-se expressar a matriz  $A$  dessa forma:

$$A = I + [\sigma \times] + 0.5[\sigma \times]^2 - \dots \quad (7.17)$$

Onde,  $\sigma$  é o vetor do incremento angular definido anteriormente, e  $[\sigma \times]$  é a diática desse vetor.

Substituindo  $A$  na equação (7.16):

$$u^n = C_k \int_{t_k}^{t_{k+1}} [f^b + \sigma \times f^b + 0.5[\sigma \times]^2 f^b - \dots] dt \quad (7.18)$$

Ignoram-se os: termos de ordem superior, que resulta em:

$$u^n = C_k \left[ \int_{t_k}^{t_{k+1}} f^b dt + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \sigma \times f^b dt \right] \quad (7.19)$$

Considera-se:

$$v_{k+1}^b = \int_{t_k}^{t_{k+1}} f^b dt \quad (7.20)$$

Integrando o termo do produto vetorial da equação. (7.19) por partes, pode-se mostrar que:

$$u^n = C_k \left( v_{k+1}^b + \frac{1}{2} \sigma_{k+1} \times v_{k+1}^b + \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (\sigma \times f^b - \omega^b \times v^b) dt \right) \quad (7.21)$$

Expandindo o mesmo raciocínio para a representação com quaternion, chega-se na seguinte expressão:

$$u^n = q_k \cdot \left( v_{k+1} + \frac{1}{2} \sigma_{k+1} \times v_{k+1} + \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (\sigma \times f^b - \omega^b \times v) dt \right) q_k^* \quad (7.22)$$

A equação acima é composta por três termos. O primeiro é a soma do incremento de velocidade obtido das medidas da central inercial. O segundo é o produto vetorial do incremento angular com o incremento de velocidade, responsável por corrigir acelerações provenientes da rotação do corpo. Já o terceiro é uma integral dinâmica, responsável pela correção de movimentos oscilatórios específicos, como o movimento de Sculling. Esse movimento consiste na aplicação simultânea de uma oscilação angular e uma linear, em fase, em respeito a dois eixos ortogonais. Como não se considera comum esse tipo de movimento, optou-se por deixar de lado essa componente integral.

Para resolver numericamente a equação (7.20), optou-se novamente por um algoritmo trapezoidal. Obtendo-se assim:

$$v_{k+1}^b = \frac{f_k^b + f_{k+1}^b}{2} \cdot \delta t \quad (7.23)$$

Sendo  $\delta t$  o intervalo de tempo entre os instantes  $t_k$  e  $t_{k+1}$

### 7.3 ALGORITMO DE NAVEGAÇÃO

Agora, resolve-se as equações para posição e velocidade propostas anteriormente, na seção 5.2. Da qual se sabe:

$$v^n = \int_0^t f^n dt - \int_0^t [2\omega_{ie} + \omega_{en}] \times v^n dt + \int_0^t g dt \quad (7.24)$$

$$x^n = \int_0^t v^n dt \quad (7.25)$$

As componentes dos vetores das equações acima podem ser descrita da seguinte forma:

$$v^n = [v_N \quad v_E \quad v_D]^T \quad (7.26)$$

$$x^n = [x_N \quad x_E \quad -h]^T \quad (7.27)$$

$$\omega_{ie} = [\Omega \cos L \quad 0 \quad -\Omega \sin L]^T \quad (7.28)$$

$$\omega_{en} = \left[ \frac{v_E}{R_0+h} \quad \frac{-v_N}{R_0+h} \quad \frac{-v_E \tan L}{R_0+h} \right]^T \quad (7.29)$$

$$g = [0 \quad 0 \quad g]^T \quad (7.30)$$

Como dito anteriormente, desconsideram-se as correções das acelerações de Coriolis. Dessa forma é interessante apenas que se calcule a seguinte expressão para calcular a velocidade no referencial de navegação:

$$v_{k+1}^n = v_k^n + u^n + g\delta t \quad (6.24)$$

Para o cálculo da posição, utiliza-se também uma integração por trapézios.

$$x_{k+1}^n = x_k^n + \left( \frac{v_k^n + v_{k+1}^n}{2} \right) \delta t \quad (5.26)$$

Com todos esse passos definidos basta agora implementar esses algoritmos para validar o seu desempenho.

# 8 AMBIENTE EM MATLAB PARA RECONSTRUÇÃO DE TRAJETÓRIA

Parte-se agora para a parte numérica do problema. Usando MATLAB, implementou-se um ambiente para a aquisição e tratamento dos sinais vindos da placa iNemo. Como visto anteriormente, para adquirir as leituras dos sensores da placa, utilizou-se uma interface gráfica para o usuário, provida pela STMicroelectronics juntamente com o hardware iNemo. A saída dessa interface é um arquivo de texto, porém na extensão específica \*.tsv. Porém basta modificar essa extensão para \*.txt que se obtém o arquivo desejado, que possa ser lido pelo MATLAB. O arquivo vem basicamente tabulado como mostrada na interface da iNemo, sendo que a leitura de cada sensor vem em uma coluna. Como mostra a figura a seguir.

Timestamp	Accelerometer-X	Accelerometer-Y	Accelerometer-Z	Gyroscope-X	Gyroscope-Y1	Gyroscope-Y2	Gyroscope-Z	Magnetometer-X	Magnetometer-Y	Magnetometer-Z	
0	-33	1049	1	-1	-8	1	210	-160	-256	10000	275
20	-2	1045	0	0	-12	0	210	-160	-256	9991	275
40	-3	1030	2	0	-10	0	210	-160	-256	9991	275
60	1	1050	2	-1	-10	0	210	-160	-256	9991	275
80	4	1048	2	0	-7	0	210	-160	-256	9991	275
100	-1	1030	1	0	-11	0	210	-160	-256	9983	275
120	-4	1030	0	0	-12	1	225	-164	-266	9983	275
140	-3	1051	0	0	-14	2	225	-164	-266	9983	275
160	3	1044	0	0	-5	0	225	-164	-266	9995	275
180	1	1044	-1	0	-12	0	206	-166	-267	9995	275
200	2	1044	-1	1	-9	0	206	-166	-267	9995	275
220	-2	1051	0	0	-7	0	206	-166	-267	9995	275
240	0	1030	-1	0	-8	0	206	-166	-267	9987	275
260	-2	1044	0	0	-10	1	216	-165	-275	9987	275
280	-2	1049	0	1	-10	2	216	-165	-275	9987	275
300	-2	1049	-1	0	-5	0	216	-165	-275	9987	275
320	-2	1041	-1	0	-2	0	215	-151	-260	9973	275
340	3	1040	3	-3	-11	2	215	-151	-260	9973	275
360	7	1040	0	0	-6	0	215	-151	-260	9973	275
380	-5	1033	0	0	-15	1	220	-170	-274	9973	275
400	-4	1031	-1	1	-7	1	220	-170	-274	9975	275
420	-6	1044	-1	0	-8	1	220	-170	-274	9975	275
440	-1	1051	0	0	-10	0	220	-170	-274	9975	275
460	0	1040	0	1	-6	0	216	-166	-279	9975	275
480	13	1042	2	-1	-11	0	216	-166	-279	9984	275
500	1	1051	2	-2	-9	1	216	-166	-279	9984	275
520	-1	1040	0	0	-10	2	217	-150	-260	9984	275
540	-3	1031	1	0	-1	0	217	-150	-260	9984	275
560	-11	1051	0	0	-5	0	217	-150	-260	9983	275
580	3	1049	0	0	-6	0	223	-166	-276	9983	275
600	0	1039	2	-1	-5	0	223	-166	-276	9983	275
620	-2	1051	-1	0	-12	2	223	-166	-276	9983	275
640	1	1040	0	0	-7	3	223	-166	-276	10005	275
660	-1	1051	0	1	-4	0	205	-158	-256	10005	275
680	4	1072	0	0	-1	0	205	-158	-256	10005	275
700	3	1039	2	-2	-3	0	205	-158	-256	10005	275
720	-1	1041	0	0	-3	0	203	-173	-266	9969	275
740	-1	1030	0	0	-7	0	203	-173	-266	9969	275
760	-5	1049	0	0	-5	0	203	-173	-266	9969	275
780	0	1030	0	0	-7	0	205	-165	-261	9981	275
800	-5	1044	2	-1	-8	1	205	-165	-261	9981	275
820	4	1031	3	-1	-7	2	205	-165	-261	9981	275
840	-7	1072	2	0	-8	0	205	-165	-261	9981	275
860	4	1065	0	0	-5	0	203	-170	-261	9987	275
880	-9	1031	0	0	-5	0	203	-170	-261	9987	275
900	0	1030	0	0	-6	1	203	-170	-261	9987	275
920	5	1049	1	-1	-9	0	215	-169	-278	9987	275
940	3	1041	-1	0	-2	0	215	-169	-278	9981	275
960	4	1030	1	0	-5	0	215	-169	-278	9981	275

Figura 8.1 – Exemplo do arquivo de saída da aquisição de dados dos Sensores.

A primeira linha do arquivo possui o nome de cada sensor, e em seguida em cada linha tem-se a leitura de todos os sensores para um dado tempo. Para funcionar corretamente deve-se apagar a primeira linha desse arquivo, mantendo somente as leituras.

As unidades dos valores obtidos de cada sensor são mostradas na tabela 6.1, porém os valores do arquivo de texto não possuem discriminação da casa decimal. Isso é corrigido assim que se carrega o arquivo para o MATLAB. Para funcionar corretamente, deve-se seguir o mesmo padrão dos valores mostrado na figura 6.1

Tabela 3 – Unidades das leituras dos sensores

Sensores	Unidades
Acelerômetros	[mg]
Giroscópios	[°/s]
Magnetômetros	[mGa]
Barômetro	[bar]
Termômetro	[°C]

Todo desenvolvimento específico para essa aplicação foi baseado num trabalho prévio realizado pelo Mestrando Rodrigo Lavieri. Inicialmente, executa-se o arquivo ‘tratamento\_sinal\_reconstrucao.m’ para abrir a interface gráfica. A janela que temos a nossa frente é a seguinte:

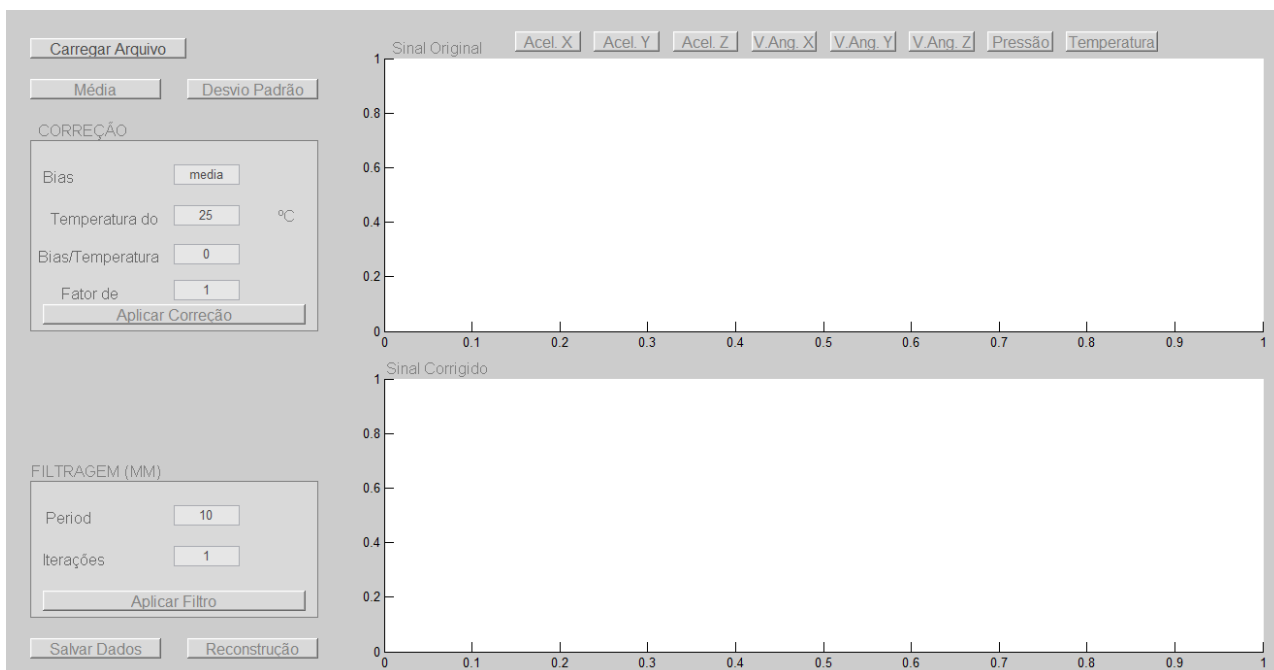


Figura 8.2 – Interface gráfica em MATLAB

A princípio seleciona-se o botão ‘Carregar Arquivo’, que abre uma janela na qual se pode selecionar o arquivo fonte das leituras do sensor. Para funcionar esse documento de texto deve estar na mesma pasta que o `tratamento_sinal_reconstrucao.m`.

Uma vez carregado os valores das leituras dos sensores, eles podem ser visualizados através dos botões superiores ao gráfico ‘Sinal Original’. Cada botão faz plotar o gráfico do sinal do determinado sensor. No exemplo a seguir, figura 6.3, vê-se a saída do sensor de aceleração x.

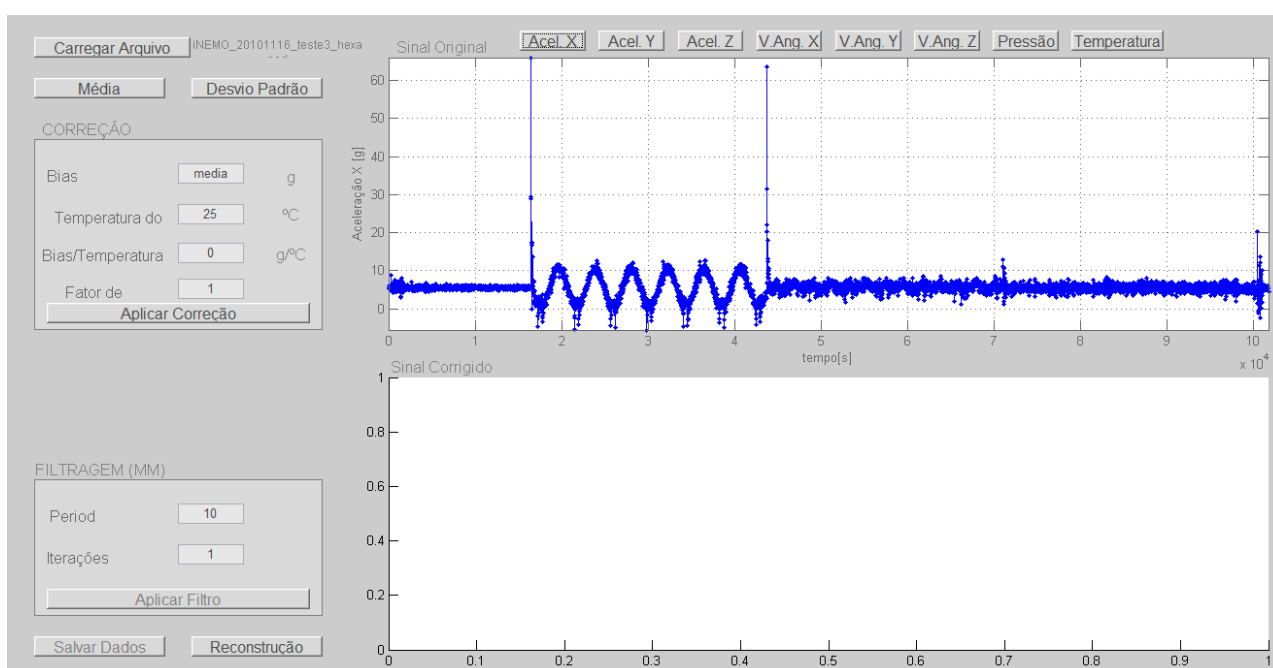


Figura 8.3 – Exibição das leituras dos sensores.

À direita do gráfico temos dois botões, ‘média’ e ‘desvio padrão’, que calcula as características do sinal descritas pelo nome de cada botão. Os valores de média e desvio padrão são em seguida exibidos no mesmo gráfico. Logo abaixo, na caixa correção, pode-se corrigir o sinal, retirando um Bias, que pode ser o valor da média calculada, ou qualquer valor colocado na caixa de texto. Pode-se também corrigir um desvio devido à temperatura, além de aplicar um fator de escala ao sinal, usando as respectivas caixas de texto. Ao clicar no botão ‘Aplicar Correção’, as correções são executadas, e o sinal corrigido é plotado no gráfico de baixo, com nome ‘Sinal Corrigido’. Já nesse sinal corrigido, pode-se,

ulteriormente, aplicar um filtro de média móvel, Esse filtro é utilizado para reduzir o ruído do sinal de maneira proporcional à largura do intervalo. Porém, esse tipo de filtro oferece resultados extremamente pobres para sinais com picos estreitos. Tipicamente, este tipo de filtro distorce sinais analíticos e sendo assim, a aplicação do filtro de média móvel fica reduzida a sinais de banda larga. Os parâmetros para o cálculo de tal filtro podem ser selecionados nas caixas de texto 'Período' e 'Iterações'. A figura a seguir, mostra o sinal corrigido e filtrado.

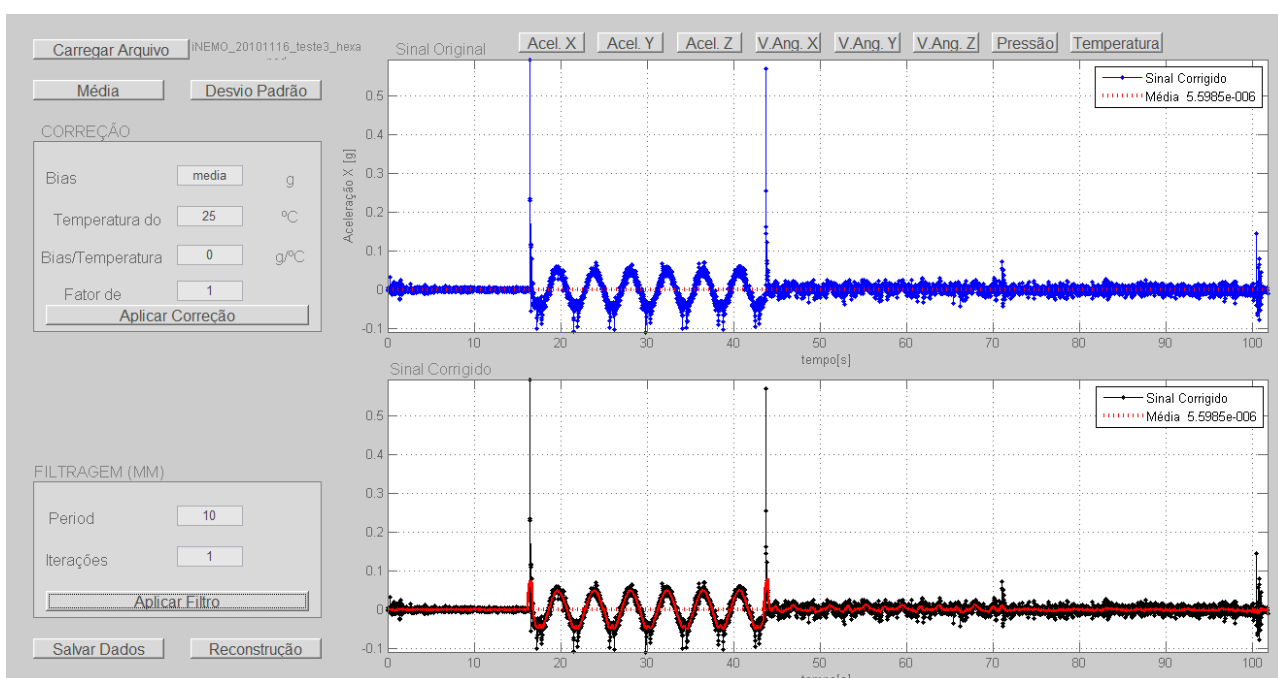


Figura 8.4 – Exemplo da filtragem do Sinal.

O sinal em preto mostrado na figura 6.4 é o sinal corrigido, e o sinal em vermelho é o sinal filtrado. Para utilizar esse novo sinal na reconstrução deve-se clicar em 'Salvar Dados'. Para corrigir e filtrar todos os sinais, deve-se salvar os dados ao final de cada filtragem.

Uma vez feito o tratamento dos sinais, deseja-se fazer a reconstrução da trajetória. Para isso basta clicar no botão 'Reconstrução'.

Agora se exibi uma nova janela, na qual efetivamente executam-se os algoritmos de reconstrução explicitados no capítulo anterior. Agora se pode definir os parâmetros iniciais

para começar a integração, com velocidade inicial, posição inicial e também é possível definir qual é a orientação inicial entre a base do referencial do corpo e a base do referencial de navegação. Para tal, existem duas maneiras. A primeira é definindo um eixo de rotação, e definindo a magnitude dessa rotação. O eixo não precisa estar normalizado, e a magnitude é dada em [°]. A segunda maneira é feita através dos ângulos de Roll-Pitch-Yaw, como definidos no Capítulo 3. Os valores de cada ângulo são também colocados em [°]. O quaternion que represente a rotação imposta é mostrado na tela.

Para um problema de integração numérica a definição correta dos parâmetros iniciais é quase tão importante quando o algoritmo utilizado. O melhor algoritmo nunca gerará resultados corretos se não forem definidos corretamente os valores iniciais. Por isso essa parte é muito importante, e torna o programa mais flexível, não tendo que mudar o código para cada situação simulada. Inicialmente, defini-se como nulas as velocidades e as posições iniciais. Considera-se, também, que o referencial do corpo está alinhado com o referencial de navegação.

Outra função interessante dessa tela é o gráfico que aparece na parte inferior, ver figura 6.5. Nesse gráfico vêm expostos os valores lidos de aceleração, e ele apresenta uma ferramenta que permite selecionar apenas uma parte desses valores. Usando o botão cortar, e selecionado o limite inferior e superior do intervalo, é possível restringir a integração para apenas uma parte dos dados. Pode-se, assim, eliminar os dados iniciais enquanto a placa ainda estava parada, evitando o acúmulo de erros.

Os cinco botões no canto superior da tela são responsáveis pela exibição dos resultados.

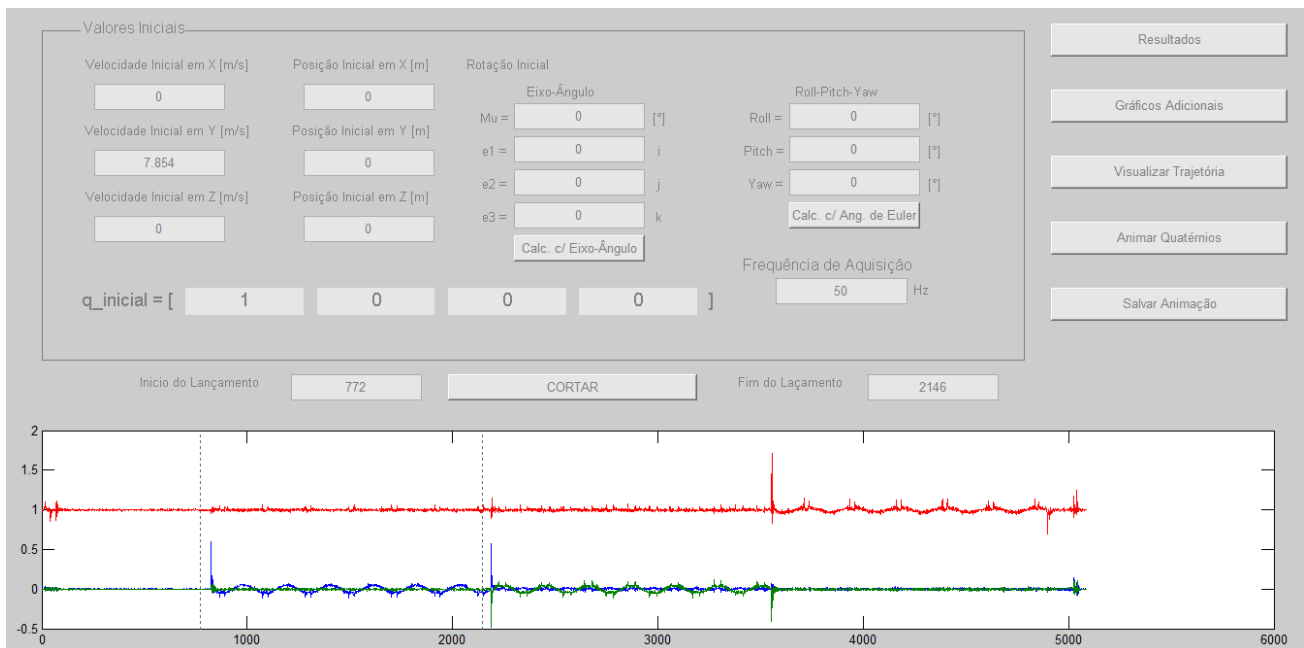


Figura 8.5– Janela para definição dos dados iniciais e aquisição dos resultados

O botão 'Resultado' exibe duas novas janelas. Na primeira, tem-se o gráfico das componentes da velocidade no referencial de navegação em função do tempo, e o gráfico da trajetória, em três dimensões, desenvolvida pelo corpo, expressa no referencial de navegação. Além disso, em outra janela, é exibido um gráfico, em três dimensões, que mostra evolução da atitude do corpo. Nesse segundo gráfico pode-se ver como os eixos do referencial do corpo estão dispostos em cada posição assumida pelo corpo, em relação ao referencial de navegação.

O botão 'Gráficos Adicionais' exibe três novos gráficos, cada um com uma componente da posição do corpo, expressa no referencial de navegação. Esses gráficos são apenas para auxiliar o processo de avaliação do resultado.

## 9 AVALIAÇÃO DO ALGORITMO IMPLEMENTADO

Antes de iniciar as simulações com as leituras dos sensores é necessário avaliar se o algoritmo anteriormente explicitado, e implementado em MATLAB, está realmente funcionando. Para tal adotou-se uma série de teste para avaliar a funcionalidade do algoritmo. Cada teste é constituído por entradas padrões de aceleração e velocidade angular, de forma a conhecer previamente a trajetória esperada. Inicialmente testou-se a correção da gravidade, para isso deu-se como entrada acelerações nulas nos eixos x e y, e aceleração g no eixo z, alinhado com o eixo z do referencial de navegação. As velocidades angulares são todas nulas. Como resultado, vimos que a gravidade é corrigida para o caso estático e as saídas de posição e velocidade foram todas nulas.

Como segundo teste, definiu-se um movimento circular, com rotação em torno ao eixo Z. O raio de rotação escolhido é de 10m e a velocidade angular imposta foi de  $\frac{\pi}{4}$  rad/s. Para obter os valores esperados, deve-se impor os valores iniciais corretamente, ou seja, X inicial igual a 10m e velocidade inicial em Y de  $\frac{10.\pi}{4}$  m/s. As figuras abaixo mostram os resultados:

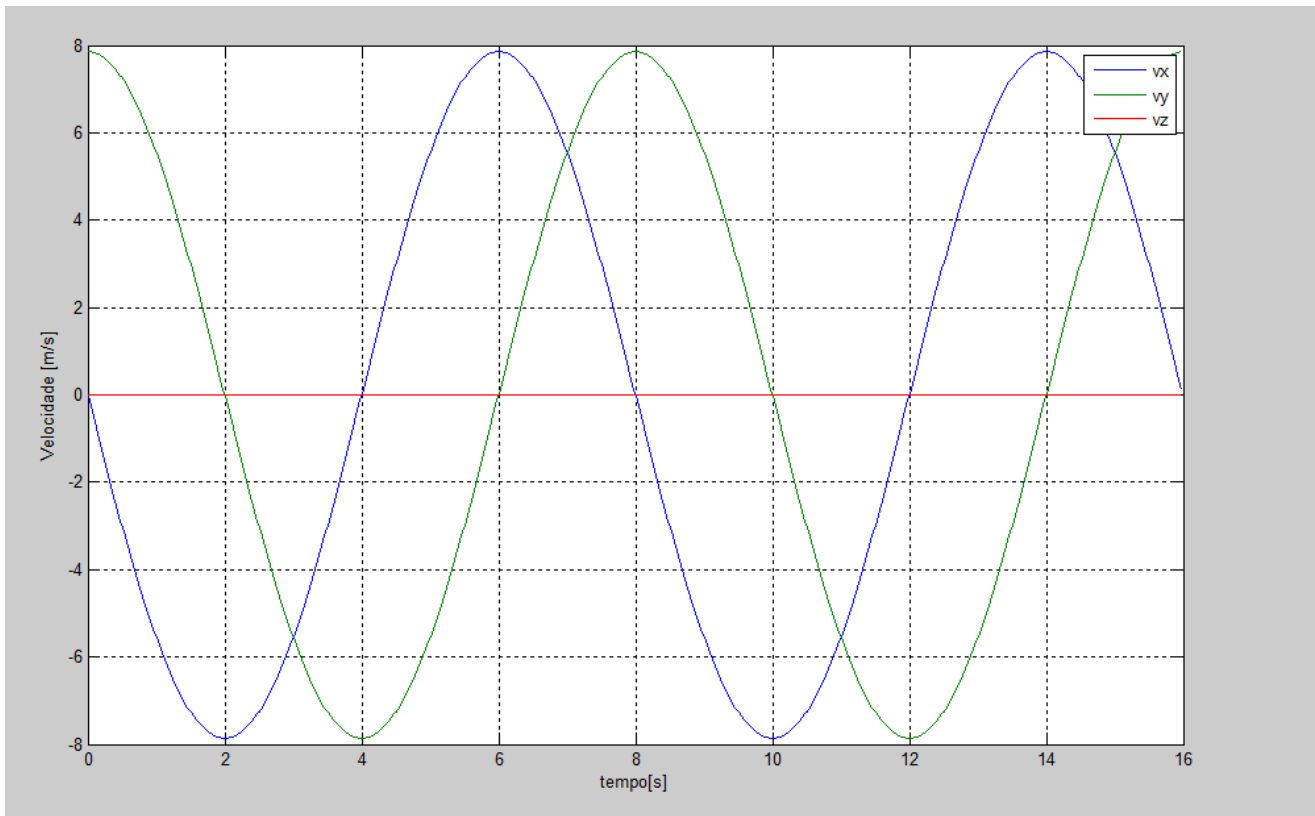


Figura 9.1 – Velocidades no referencial de Navegação para rotação em torno do eixo Z

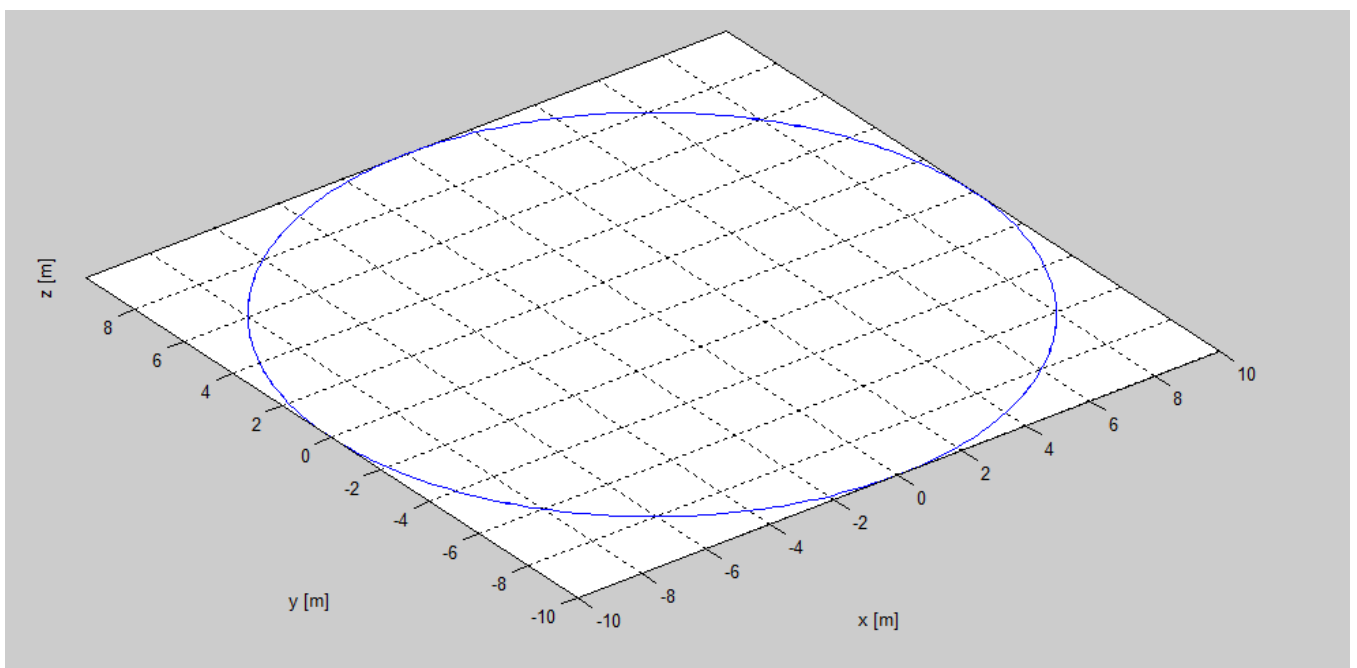


Figura 9.2 – Trajetória do corpo

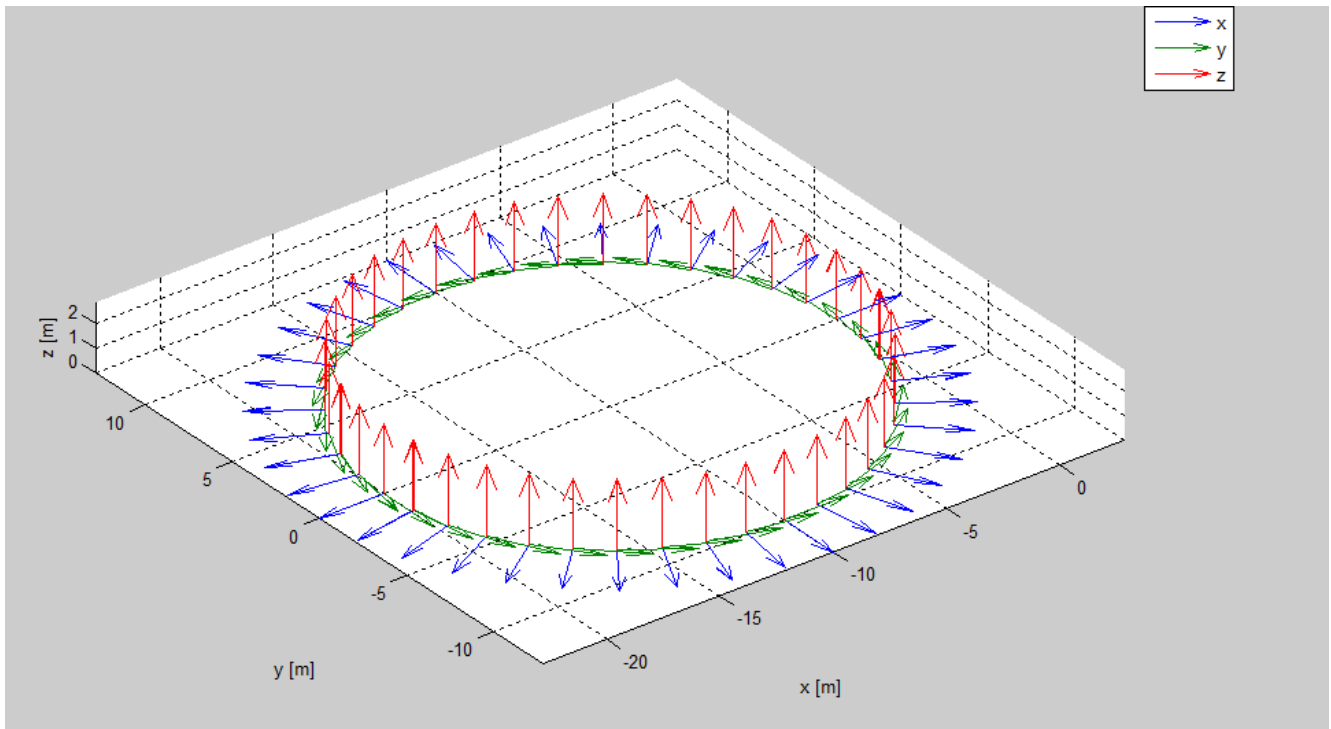


Figura 9.3 – Evolução da atitude do corpo

Através desse experimento teórico, foi possível avaliar que o algoritmo funciona corretamente na correção das acelerações centrípetas devido à rotação. Além disso, analisando o período das funções e suas amplitudes, constatou-se que o algoritmo está funcionando corretamente, reconstruindo a trajetória esperada, e mantendo as características temporais corretas.

Uma vez avaliada a capacidade da correção de rotação e da gravidade separadamente, propõe-se um novo experimento, dessa vez utilizando uma rotação em torno do eixo X. Dessa forma será exposto se o algoritmo funciona corretamente em situações que o campo gravitacional mude de direção dentro do referencial do corpo. Definiu-se o mesmo raio de rotação utilizado anteriormente, 10m, e a mesma velocidade angular,  $\frac{\pi}{4}$  rad/s, imposta em torno ao eixo X. Novamente deve-se impor os valores iniciais a velocidade possui o mesmo módulo que anteriormente,  $\frac{10\pi}{4}$  m/s, mas dessa vez é na direção do eixo Z. A posição inicial será de 10 metros na direção Y. Assim estabelecido tudo, obteve-se o resultado mostrado nas figuras a seguir.

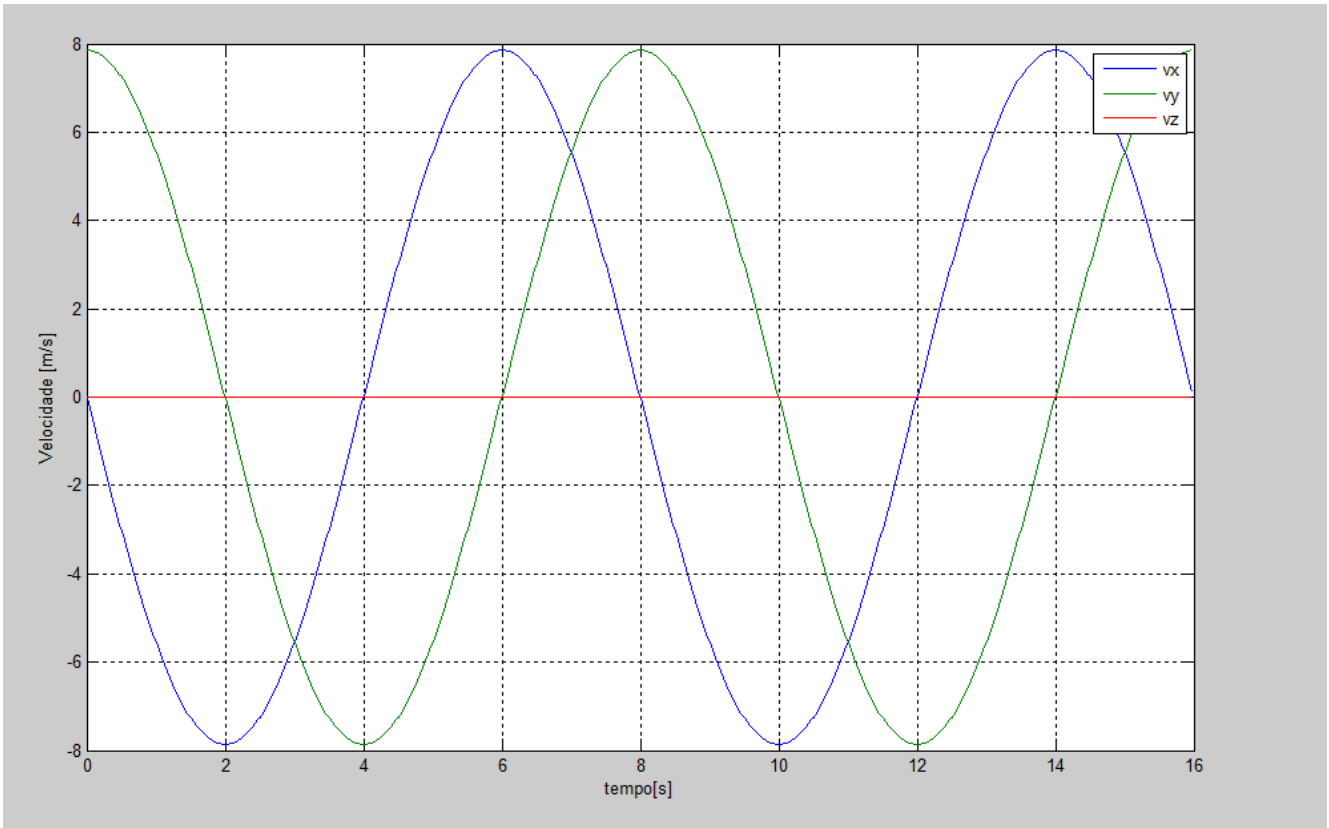


Figura 9.4 – Componente da Velocidade no referencial de Navegação para rotação em torno do eixo X

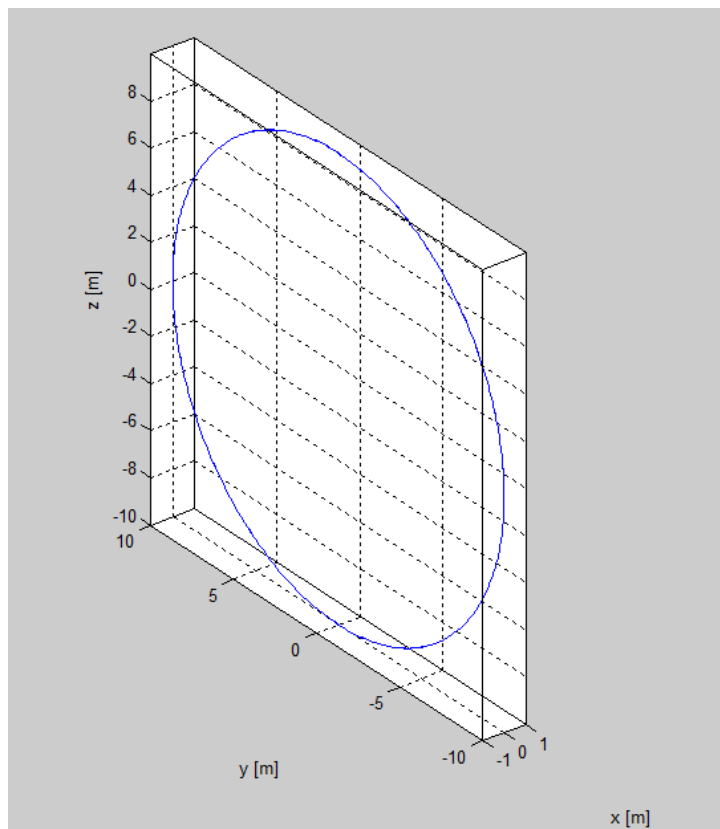


Figura 9.5 – Trajetória reconstruída.

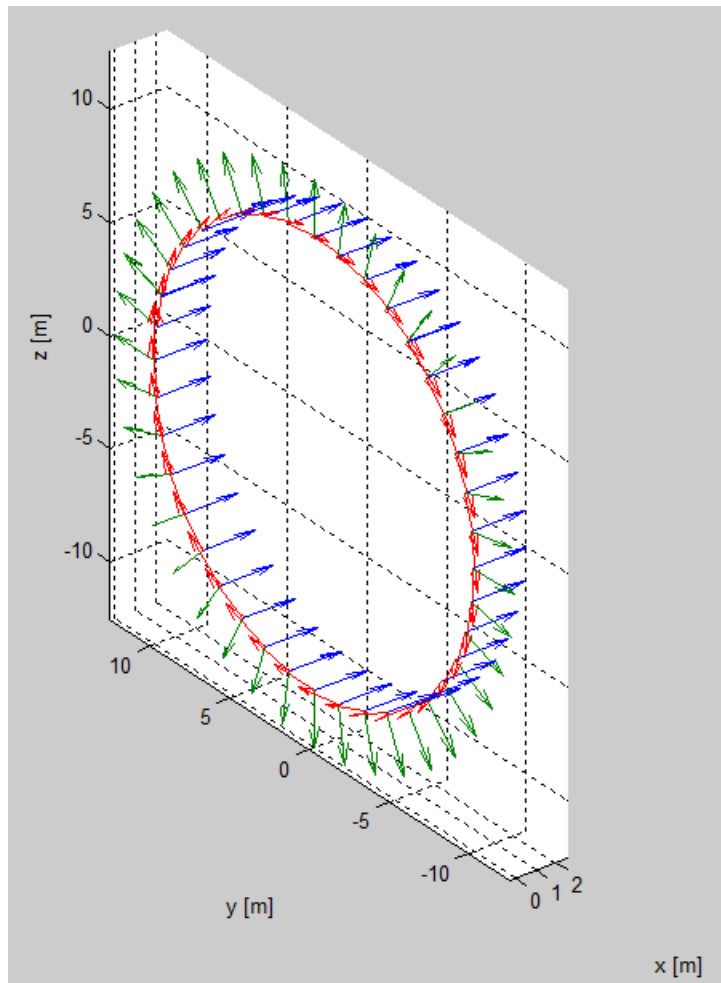


Figura 9.6 – Representação da evolução da atitude.

Com esse experimento pode-se verificar que o algoritmo está correto, corrigindo dinamicamente a mudança do campo gravitacional e a presença de rotação. Dessa forma, o próximo passo será a aplicação desse mesmo algoritmo em leituras reais dos sensores.



considerada na inicialização dos valores para integração numérica implicara em um resultado não satisfatório.

Para encontrar o centro da plataforma, mediu-se a metade de cada lado e, usando barbante, uniu-se os médios de lados opostos. Dessa forma a intersecção dos dois segmentos de barbante é o centro da plataforma. Assumiu-se que o centro dos movimentos é igual ao centro encontrado.

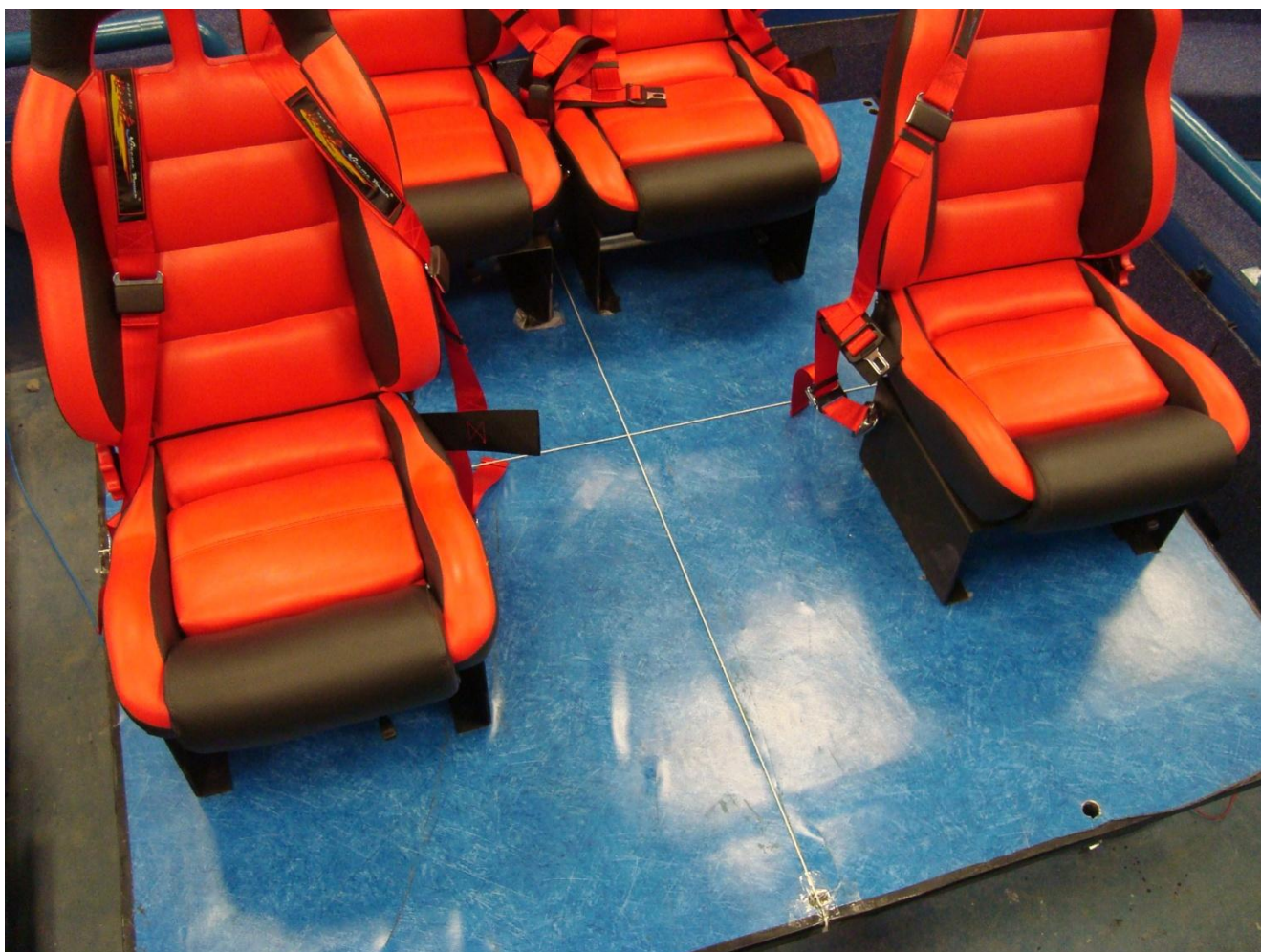


Figura 10.2 – Determinação do centro da plataforma.

Para a fixação, utilizou-se uma chapa de mdf para evitar o contato direto da placa iNemo com a superfície da plataforma. Para fixar a placa ao mdf, foram utilizados quadro apoios para circuito de nylon, que se encaixam com ajuste forçado a quatro furos feitos na chapa. O mdf foi preso à plataforma com fita adesiva, para evitar danos à plataforma.

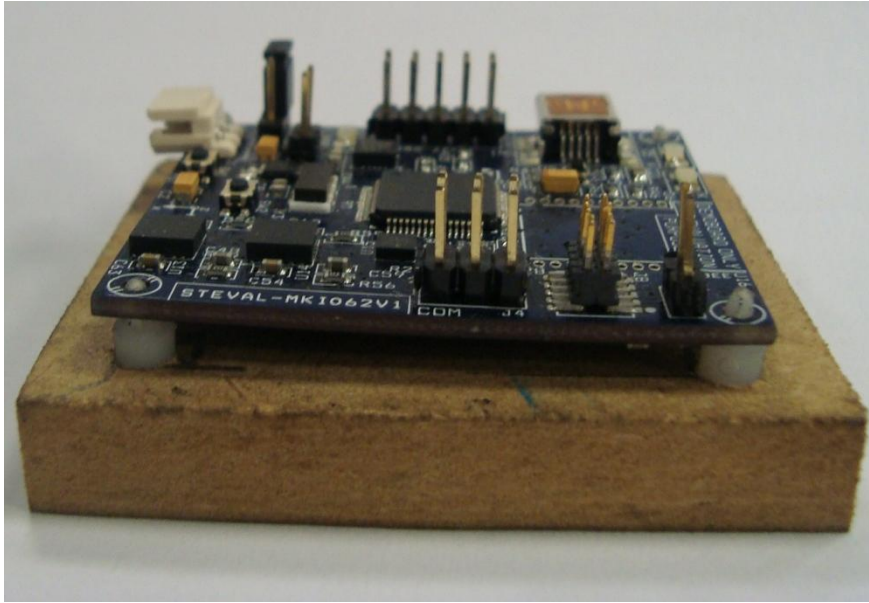


Figura 10.3 – Fixação da plataforma iNemo à chapa de mdf

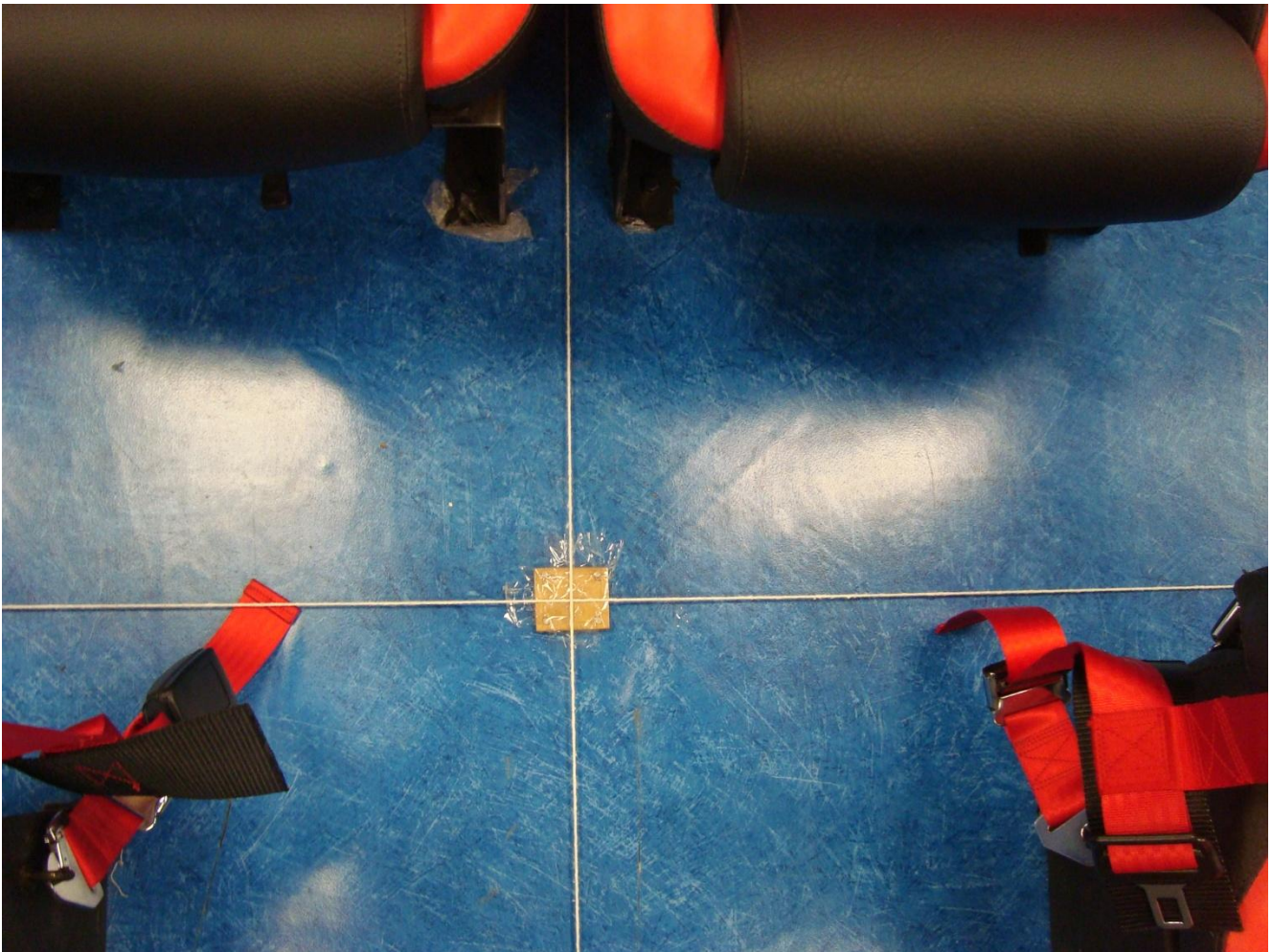


Figura 10.4 – Fixação da chapa de mdf à Plataforma de Stewart.

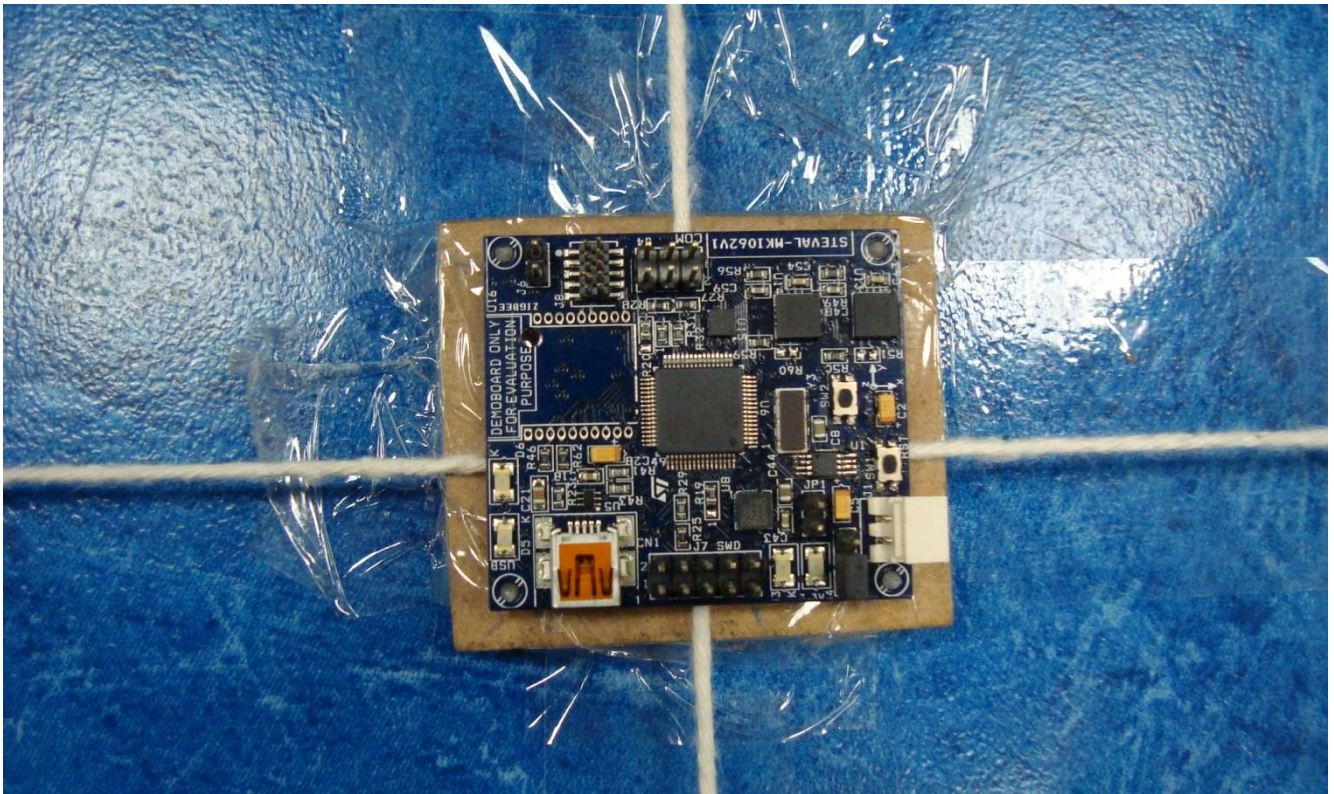


Figura 10.5 – Fixação final da placa iNemo à Plataforma de Stewart.

Para garantir o nível correto da placa efetuamos a leitura das saídas dos acelerômetros para verificar que a única componente de aceleração medida pelo acelerômetro estivesse alinhada ao eixo Z da placa. Ajustando a profundidade dos apoios de nylon, pode-se acertar o nível da placa.



Figura 10.6 – Esquema final da montagem.

Para fazer a aquisição deve-se manter a placa sempre conectada a um computador, através da saída USB. Como a plataforma está em movimento, torna difícil a fixação de um notebook à mesma. Para solucionar o problema, utilizando as cadeiras presas à plataforma, com sintoma de segurança, uma pessoa ficará incumbida de segurar o notebook e inicializar a aquisição.

Para cada diferente experimento, foi feito o arquivo de entrada do controlador da plataforma, no capítulo 11 serão explicitados os diversos testes realizados.

## 11 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS ADQUIRIDOS

Inicialmente verificou-se um problema com a placa iNemo; quando feita a aquisição de dados com a placa em repouso as saídas dos giroscópios não oscilavam em torno de zero, e sim em torno outros valores. Contatou-se então a STMicroelectronics para saber a possível fonte desse erro. Como o erro surgia em todas as leituras dos giroscópios, inicialmente, a ST descartou a possibilidade de um problema de hardware. Foram sugeridas algumas medidas para solucionar tal defeito, como um novo update do firmware, depois se optou por instalar a versão original do firmware, porém nenhuma delas obteve sucesso. E conclui-se que seria um possível erro de hardware.

Foi, então, preciso avaliar se as leituras estavam totalmente erradas, ou se era um simples erro de offset.

Inicialmente realizou-se um teste com a placa parada, por cerca de 25 segundos, para adquirir uma quantidade de dados suficiente para definir as propriedades estatísticas dos sinais.

Tabela 4 – Média e desvio padrão dos sinais adquiridos.

Sensor	Valor Médio [°/s]	Desvio Padrão [
Giroscópio X	375,7936	1,9757
Giroscópio Y	-375,1513	1,9594
Giroscópio Z	379,9524	1,9638

Após conhecido esses valores, decidiu-se por analisar um pouco melhor esses dados. Para isso, usou-se uma ferramenta estatística do MATLAB para encaixar a distribuição obtida em uma distribuição conhecida.

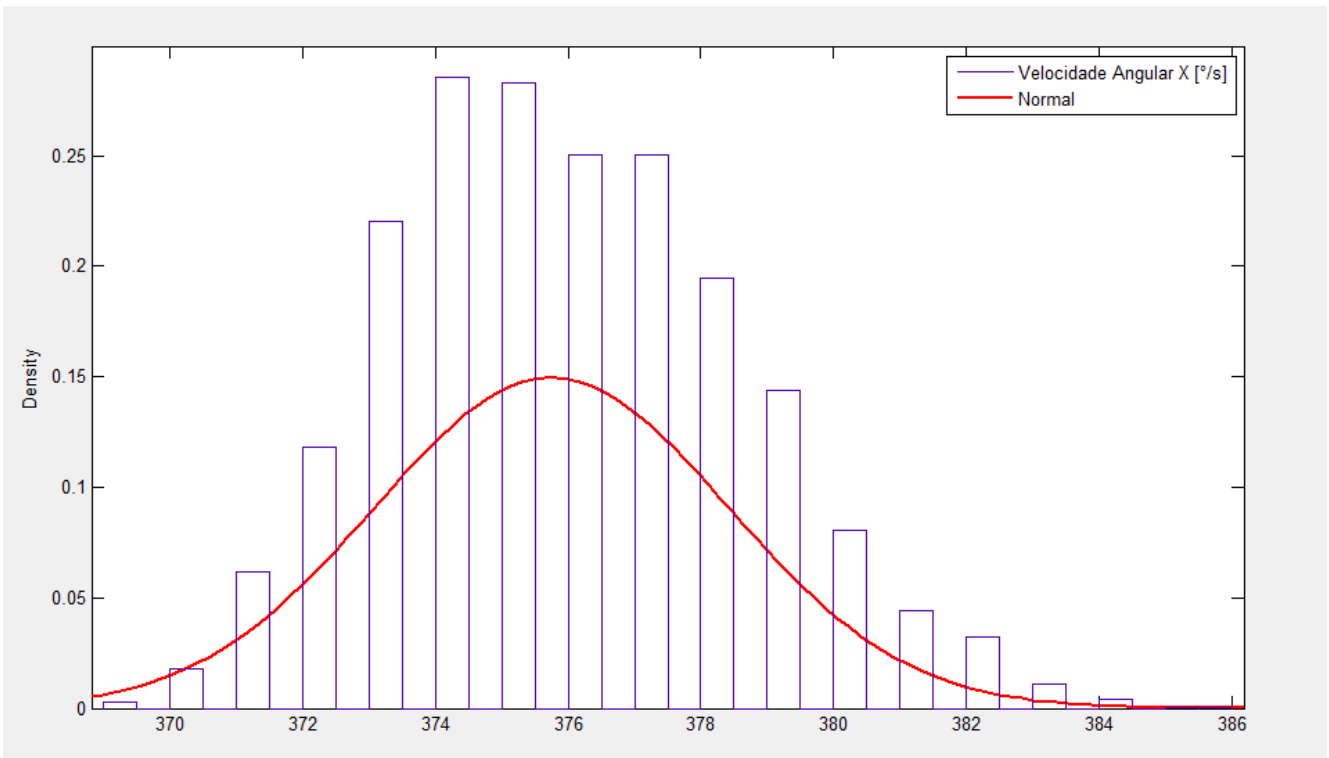


Figura 11.1 – Aproximação dos valores de  $\omega_x$  por uma distribuição normal.

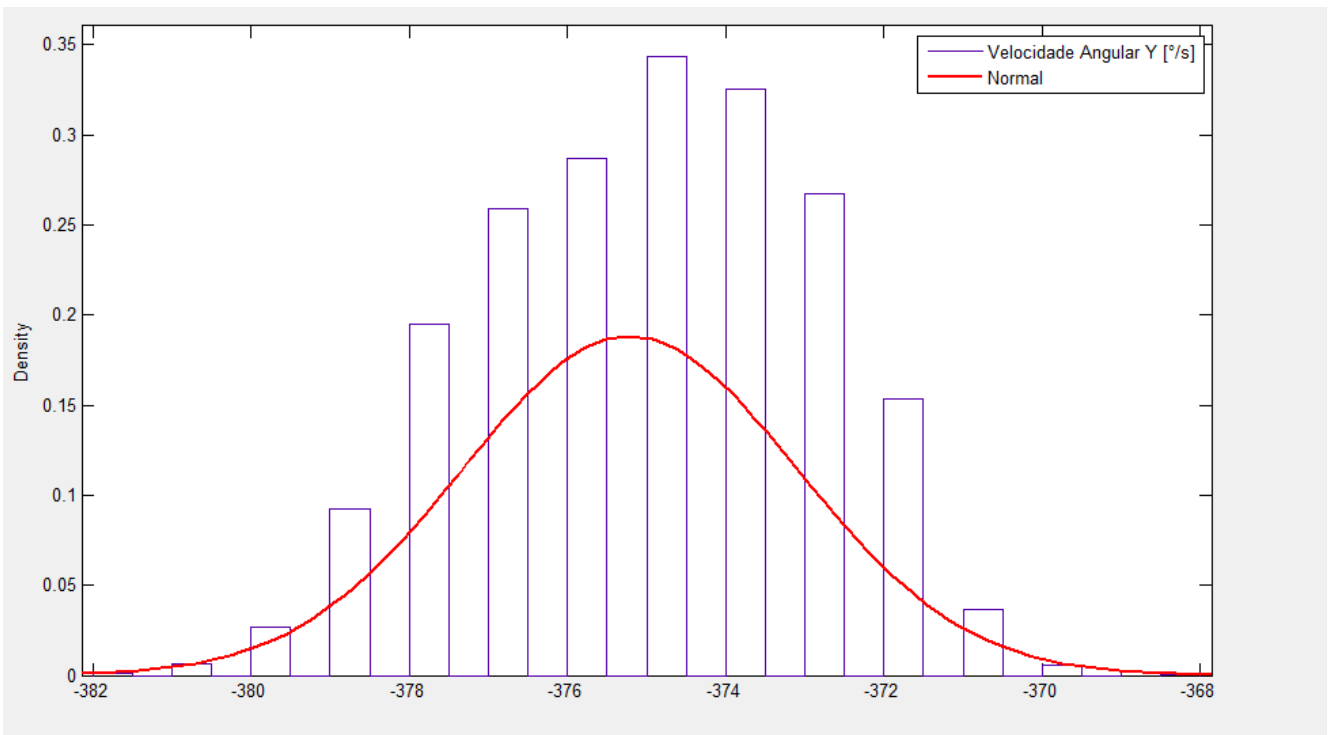


Figura 11.2 - Aproximação dos valores de  $\omega_y$  por uma distribuição normal.

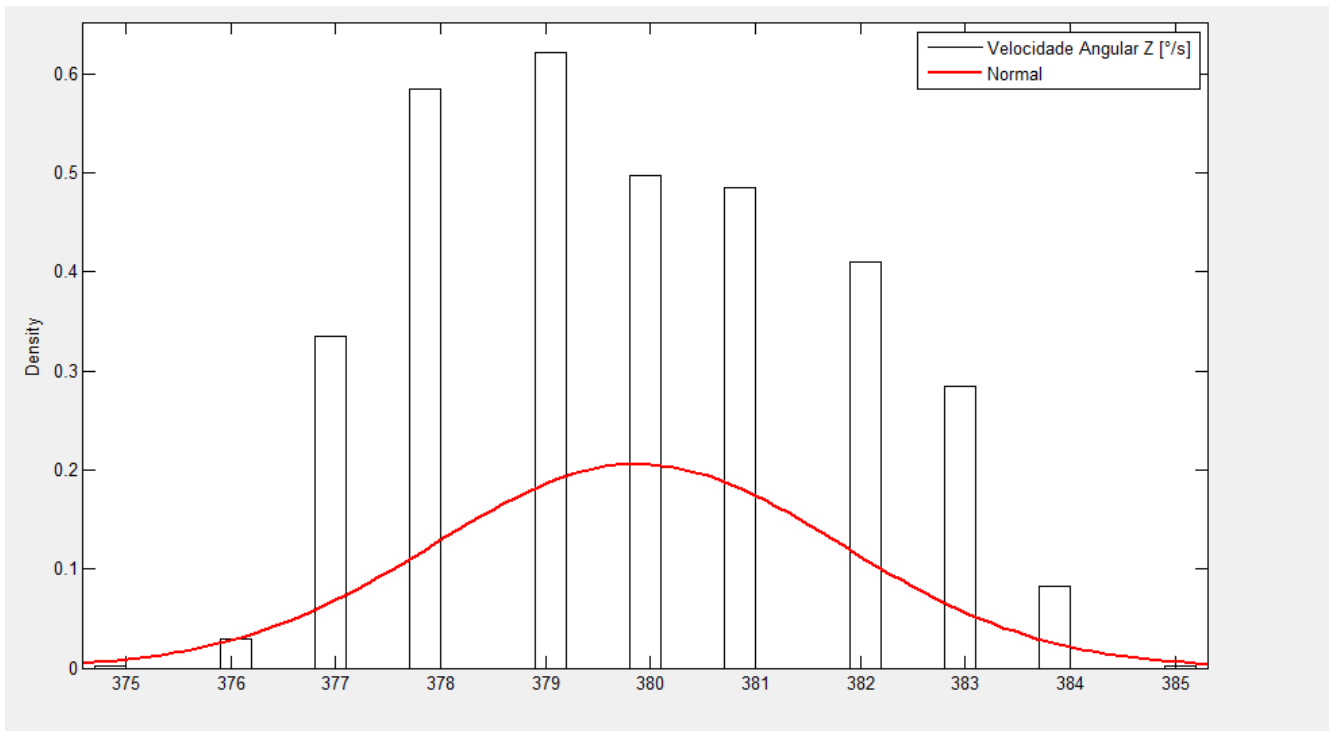


Figura 11.3 - Aproximação dos valores de  $\omega_z$  por uma distribuição normal.

Apesar dos valores serem quantizados, e em uma distribuição normal eles podem assumir qualquer valor real, os resultados de aproximação por uma distribuição normal mostraram-se satisfatórios de acordo com os cálculos efetuados pelo MATLAB.

Em seguida, foi executado um teste de bancada, utilizando a mesa 4D. Levando em consideração os limites físicos da mesa, decidiu-se por aplicar um sinal em onda quadrada de velocidade angular, oscilando entre  $-25 \text{ }^\circ/\text{s}$  e  $+25 \text{ }^\circ/\text{s}$ . As leituras obtidas nos giroscópios são mostradas nas figuras a seguir:

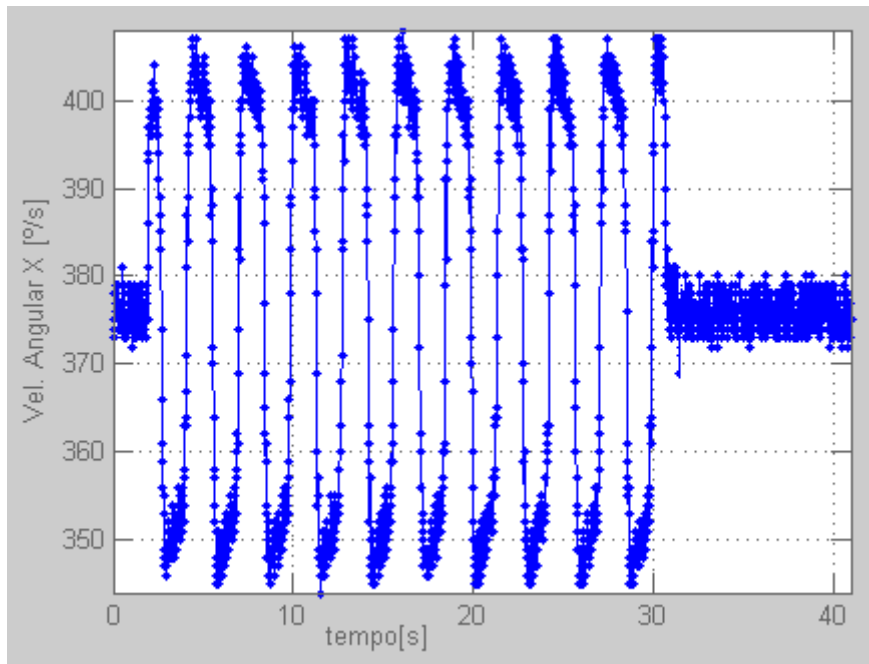


Figura 11.4 – Leitura do Giroscópio X.

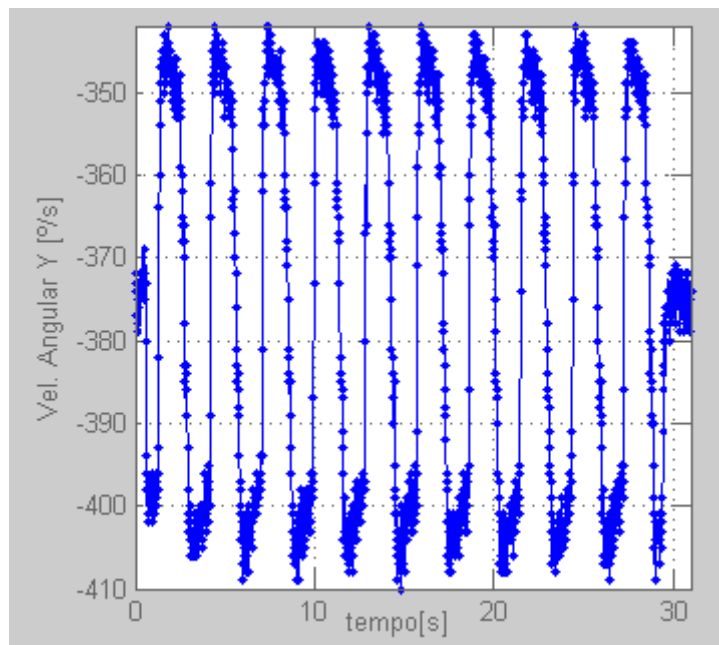


Figura 11.5 – Leitura Giroscópio Y.

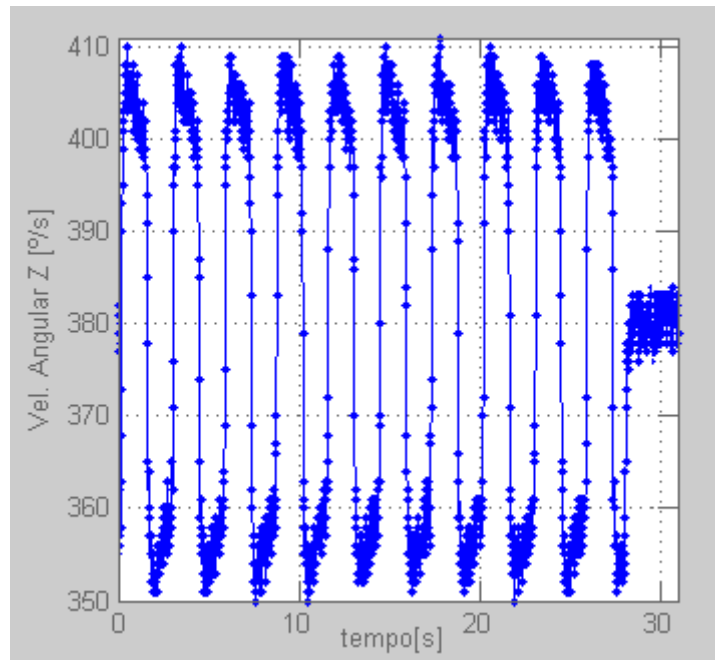


Figura 11.6 – Leitura Giroscópio Z.

Para se iniciar as comparações, primeiramente foi necessária a separação dos dados, de modo a agrupar os valores de rotação positiva, daquele de rotação negativa. Uma vez feito isso, foi possível avaliar os dados utilizando a mesma ferramenta estatística do MATLAB.

Os resultados obtidos foram organizados na tabela seguinte, e para melhor análise, mostram-se também os histogramas de cada situação, com a aproximação de uma distribuição normal.

Tabela 5 – Valores obtidos da mesa 4D.

Valor Medido	Média [°/s]	Desvio Padrão [°/s]	Diferença com a Média Parada [°/s]
$\omega_x - 25^\circ/s$	350,287	2,7881	-25,5066
$\omega_x + 25^\circ/s$	400,752	3,2269	+24,9584
$\omega_y - 25^\circ/s$	-401,332	3,5236	-26,1807
$\omega_y + 25^\circ/s$	-348,073	2,9433	+27,0783
$\omega_z - 25^\circ/s$	355,941	2,6718	-24,0114
$\omega_z + 25^\circ/s$	403,565	2,9024	23,6162

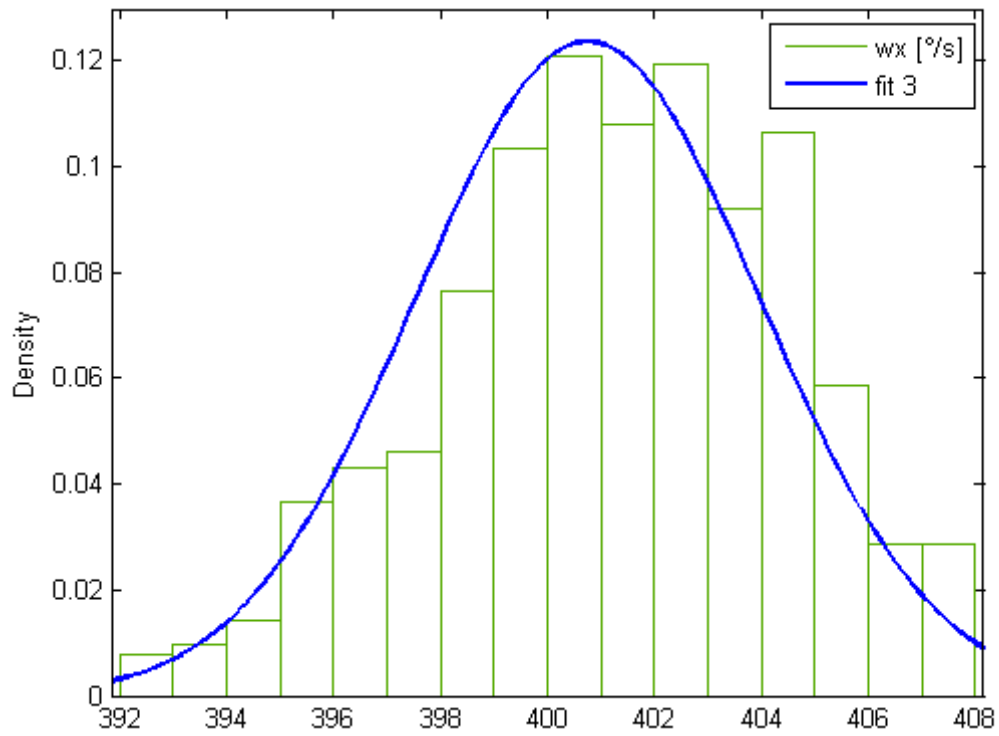


Figura 11.7 – Distribuição dos valores de  $\omega_x$  Para rotação imposta de +25°/s

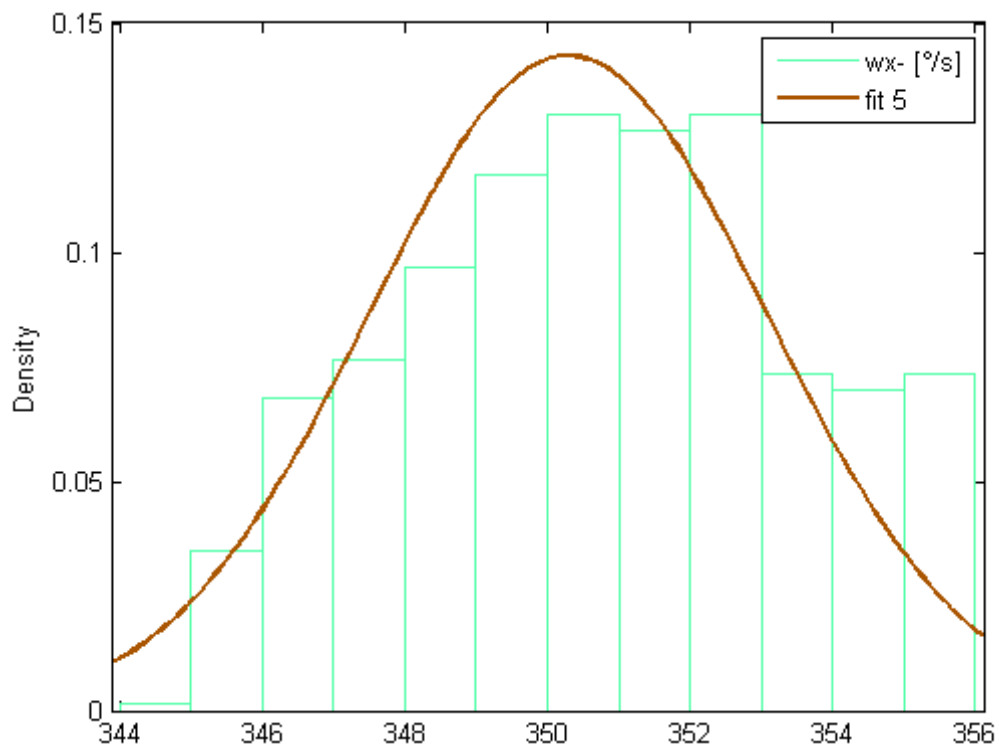


Figura 11.8 – Distribuição dos valores de  $\omega_x$  Para rotação imposta de -25°/s

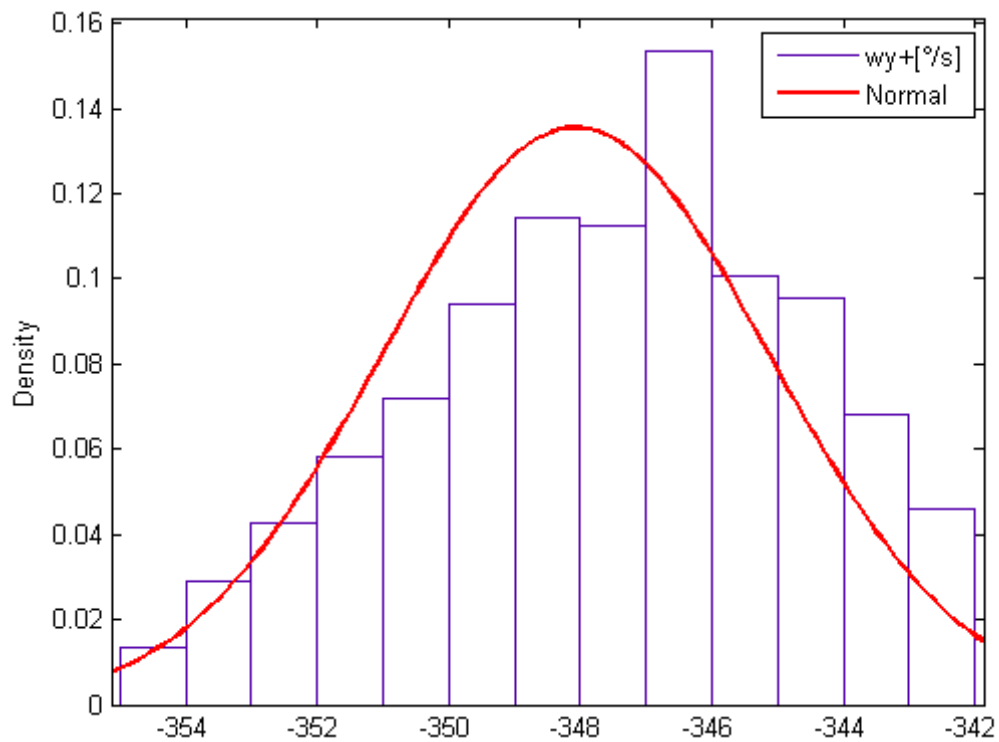


Figura 11.9 – Distribuição dos valores de  $\omega_y$  Para rotação imposta de +25°/s

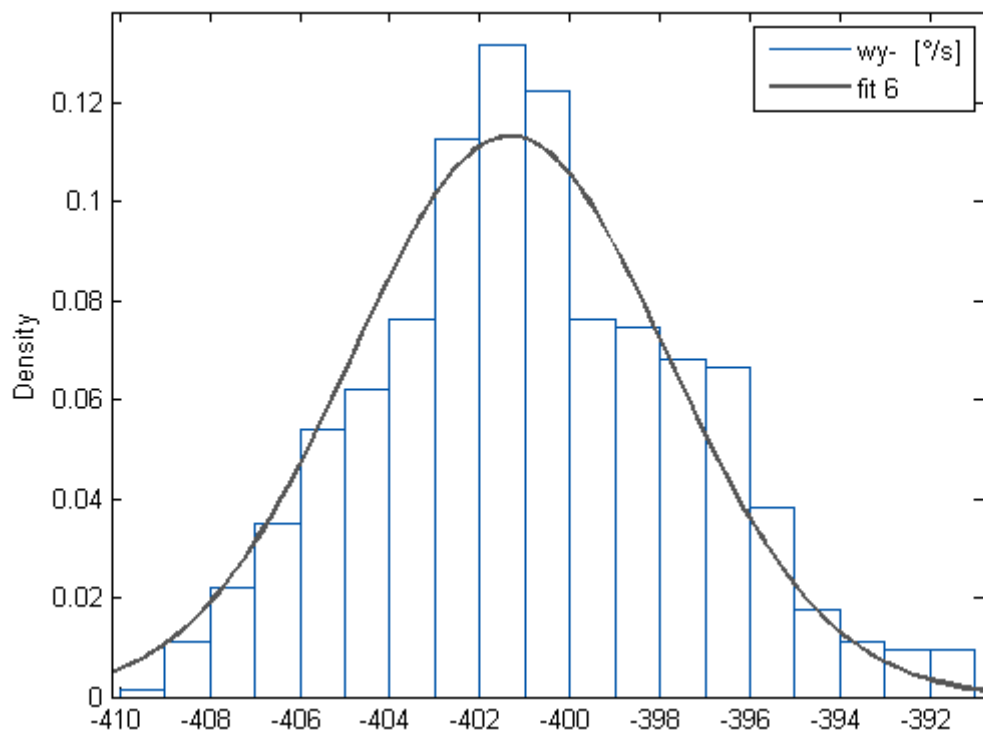


Figura 11.10 – Distribuição dos valores de  $\omega_y$  Para rotação imposta de -25°/s

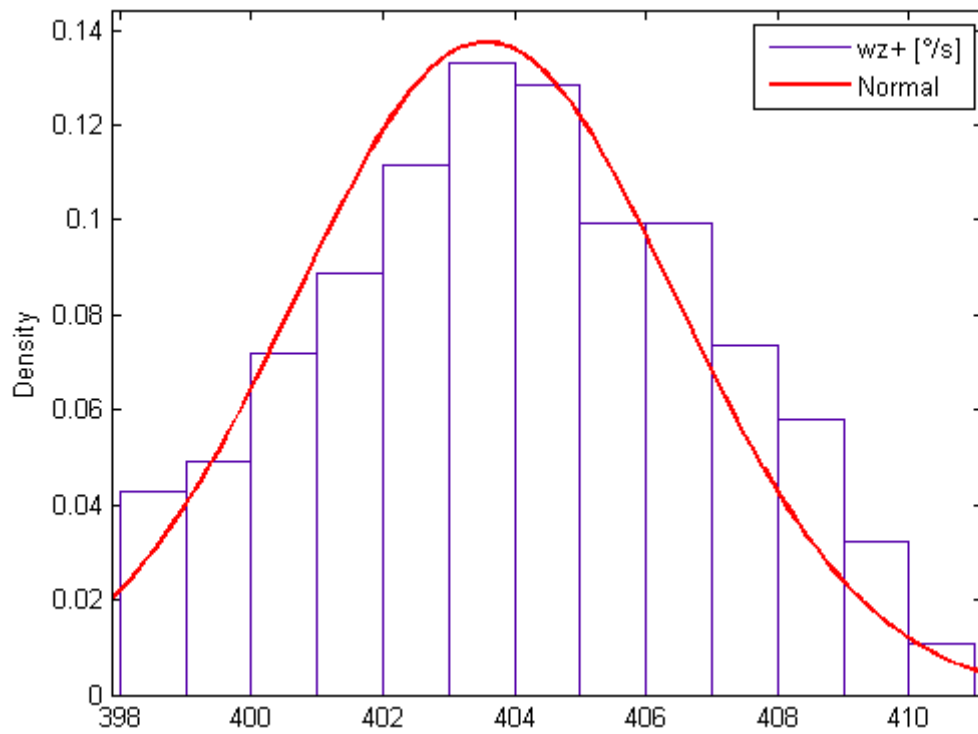


Figura 11.11 – Distribuição dos valores de  $\omega_z$  Para rotação imposta de +25°/s

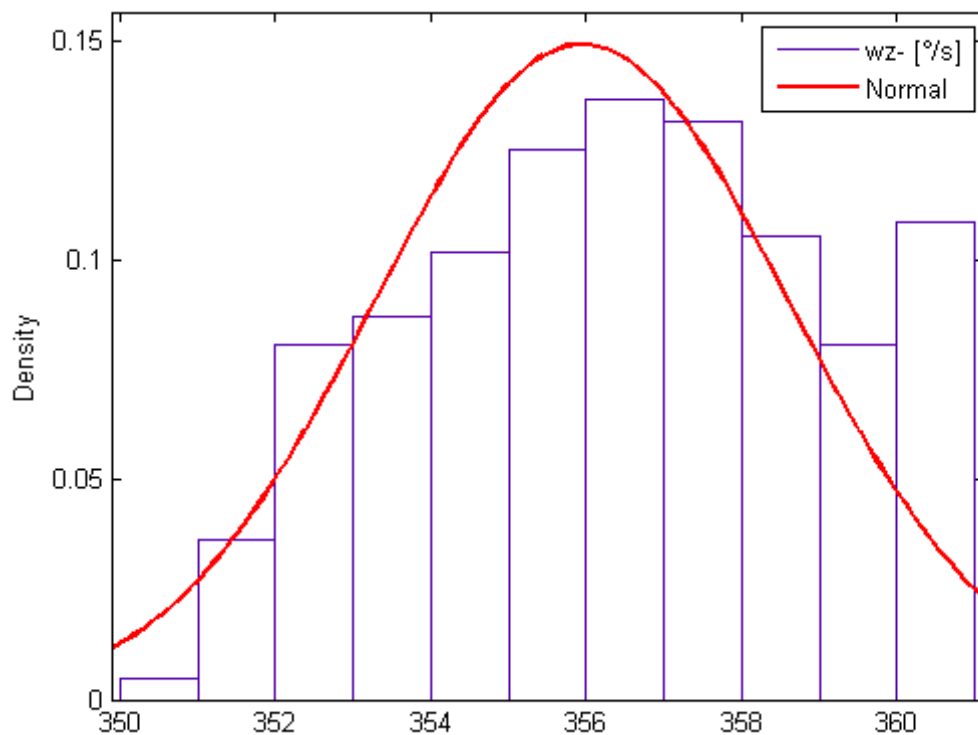


Figura 11.12 – Distribuição dos valores de  $\omega_z$  Para rotação imposta de -25°/s

Para analisar os dados, foi considerada a dificuldade de se utilizar um experimento que não implicasse em tantas mudanças bruscas de velocidade angular. Pois nesse caso, para aplicar uma velocidade angular constante por mais tempo, traria complicações na hora

de adquirir os dados, uma vez que a placa deve estar conectada a um computador durante a amostragem. Isso não permite que o giroscópio estabilize a sua leitura, e a onda quadrada também geram alguns picos na leitura, deslocando um pouco a média dos valores lidos. Levando isso em consideração, e também a variância das leituras com o sensor em repouso, considerou-se que o erro existente na leitura do sensor é somente um offset realmente. E para consertar esse erro, basta subtrair os valores médios mostrados na tabela 4.

### 11.1. TESTE DE RECONSTRUÇÃO DE TRAJETÓRIA

Agora corrigindo as leituras dos giroscópios, foram realizados seis testes para verificar o funcionamento do algoritmo proposto. Cada teste foi baseado na imposição de momentos harmônicos simples em cada uma das variáveis. Utilizando a mesa 4D, inicialmente executou-se um movimento senoidal linear em cada uma das direções. Após esses testes, foi realizado um movimento de rotação em torno de cada eixo,

Tabela 6 - Especificação dos testes realizados.

Teste - Tipo de Imposição	Valor aplicado	Eixo de Aplicação
1 - Posição	$0,2 * \text{sen}(1,5. t)m$	Eixo X
2 - Posição	$0,2 * \text{sen}(1,5. t)m$	Eixo Y
3 - Posição	$0,178 + 0,14 * \text{Sen}(1,4. t)m$	Eixo Z
4 - Ângulo	$\pi/10. \text{sen}(\pi/10. t) \text{ rad}$	Eixo X
5 - Ângulo	$\pi/10. \text{sen}(\pi/10. t) \text{ rad}$	Eixo Y
6 - Ângulo	$\pi/10. \text{sen}(\pi/10. t) \text{ rad}$	Eixo Z

Inicialmente as simulações foram feitas simplesmente pegando os dados lidos da plataforma inercial, sem executar nenhum tipos de filtragem. Os resultados obtidos foram

péssimos, e nem serão aqui expostos. O principal fator para esses resultados inconclusivos está na falta de precisão das leituras dos giroscópios, a resolução é muito alta ( $1^\circ/s$ ) e a variância das leituras também é elevada (vide tabelas 4. e 5.). Para melhor desempenho das simulações foi feita a seguinte correção, aplicou-se um filtro de média móvel nas leituras dos giroscópios, dessa forma os valores lidos estão mais próximos de zero (já que nos três primeiros testes não é aplicada nenhuma rotação em torno de nenhum eixo). Os resultados das simulações dos três primeiros testes, com o filtro aplicado nos valores de velocidade angular, são vistos nas figuras a seguir, e serão em conjunto discutidos ao final de todas as figuras.

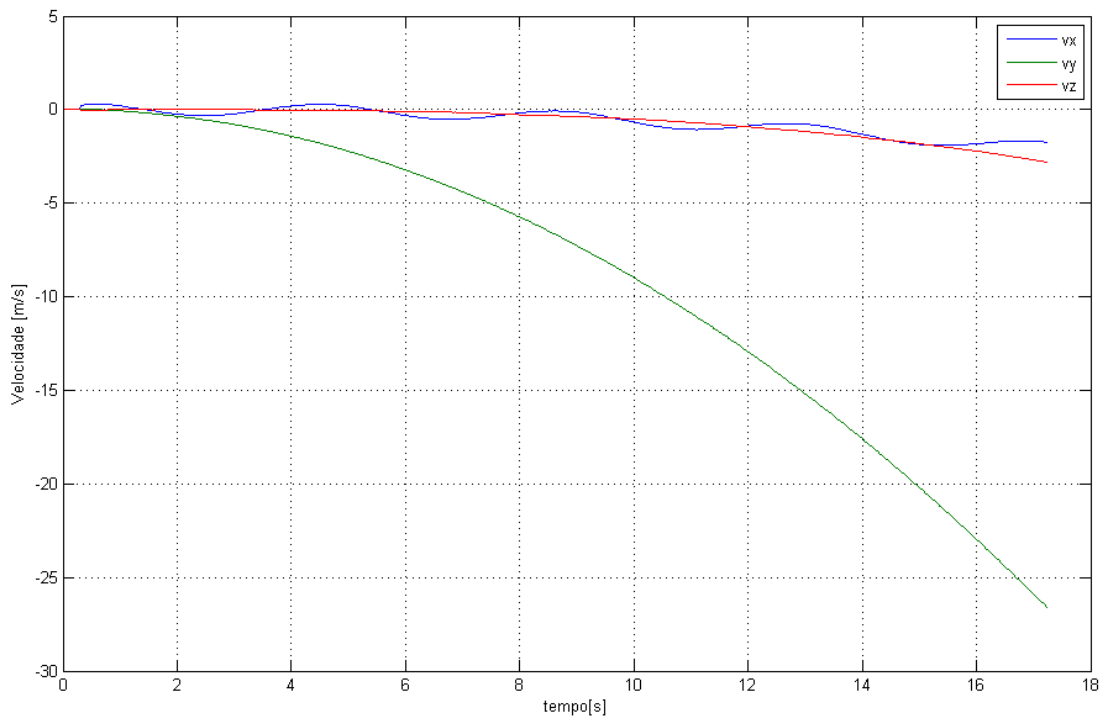


Figura 11.13 – Valores das Velocidades para primeira simulação.

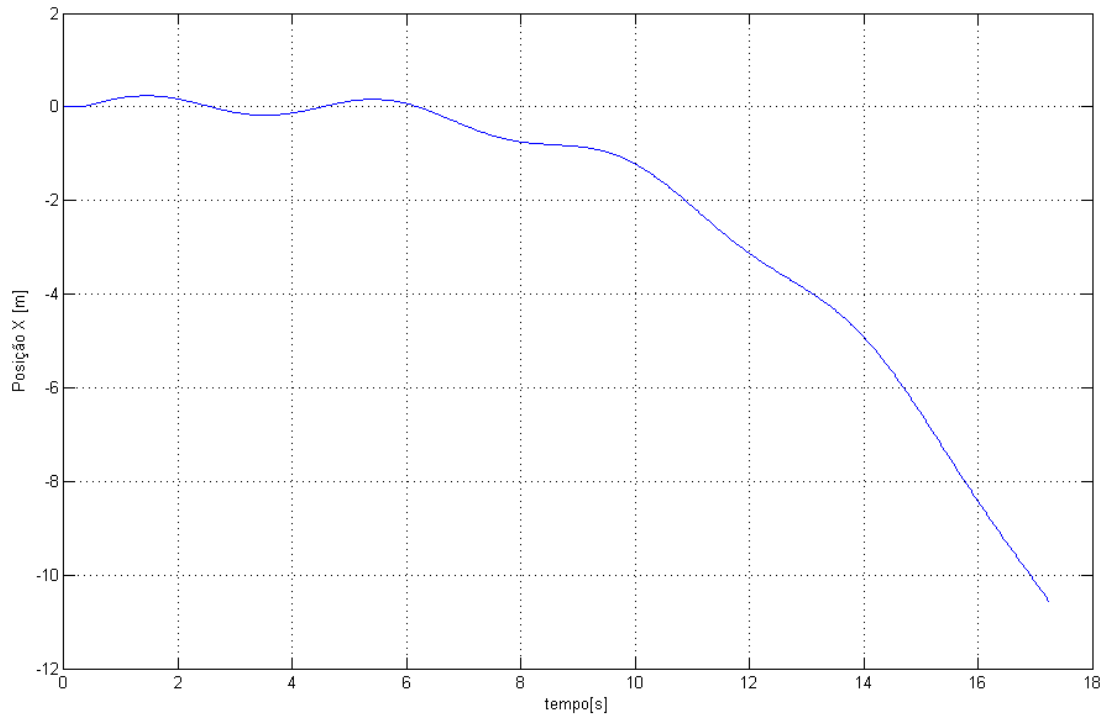


Figura 11.14 – Posição X para primeira simulação.

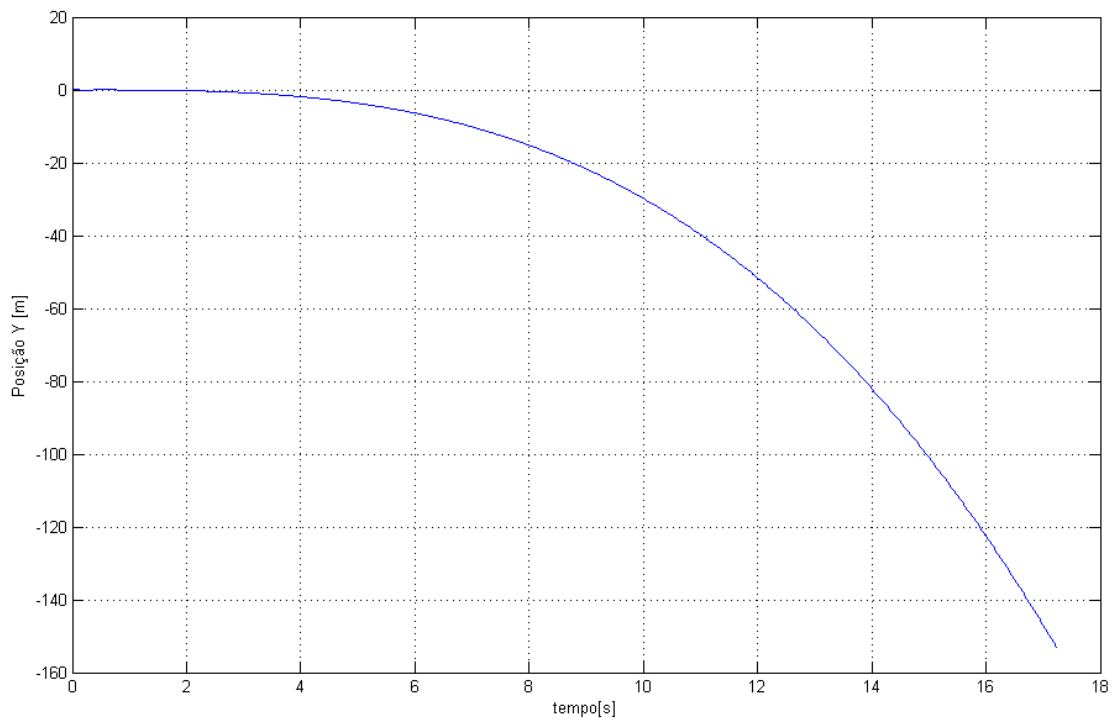


Figura 11.15 – Posição Y para primeira simulação.

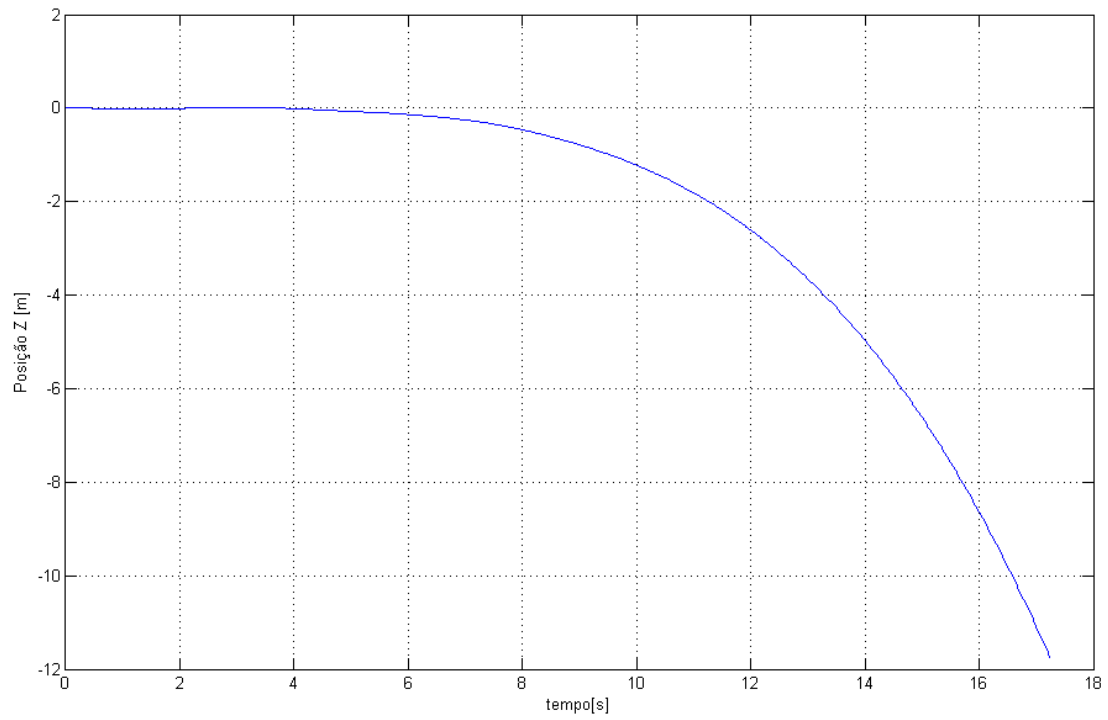


Figura 11.16 – Posição Z para primeira simulação.

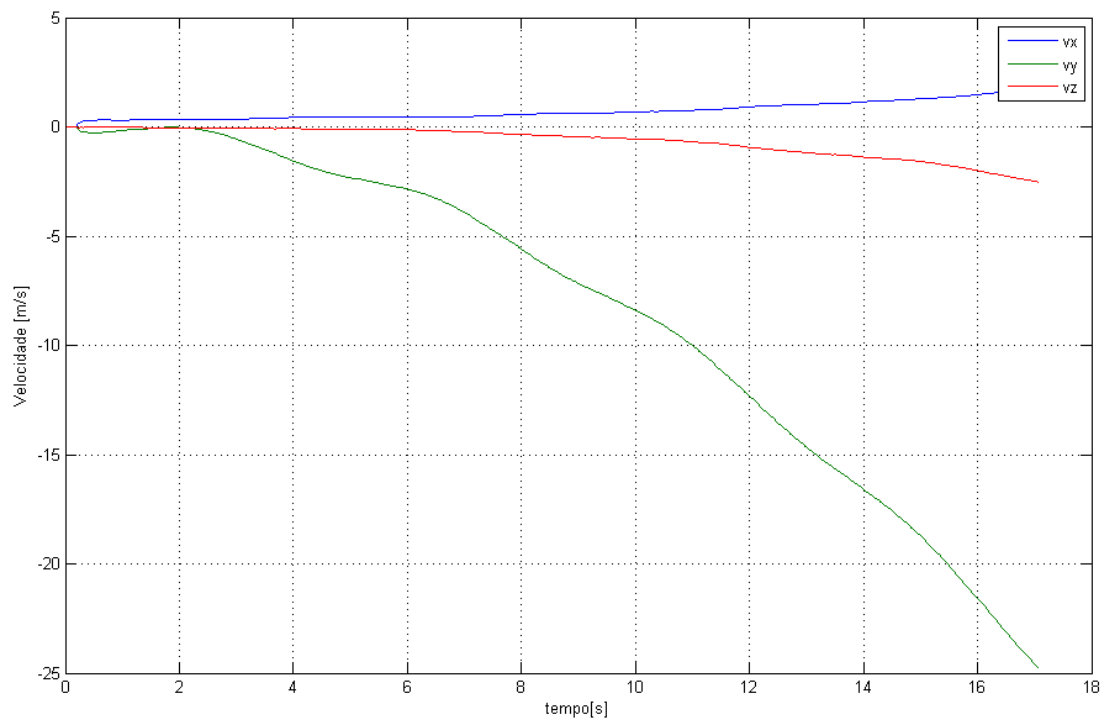


Figura 11.17 – Valores das Velocidades para segunda simulação.

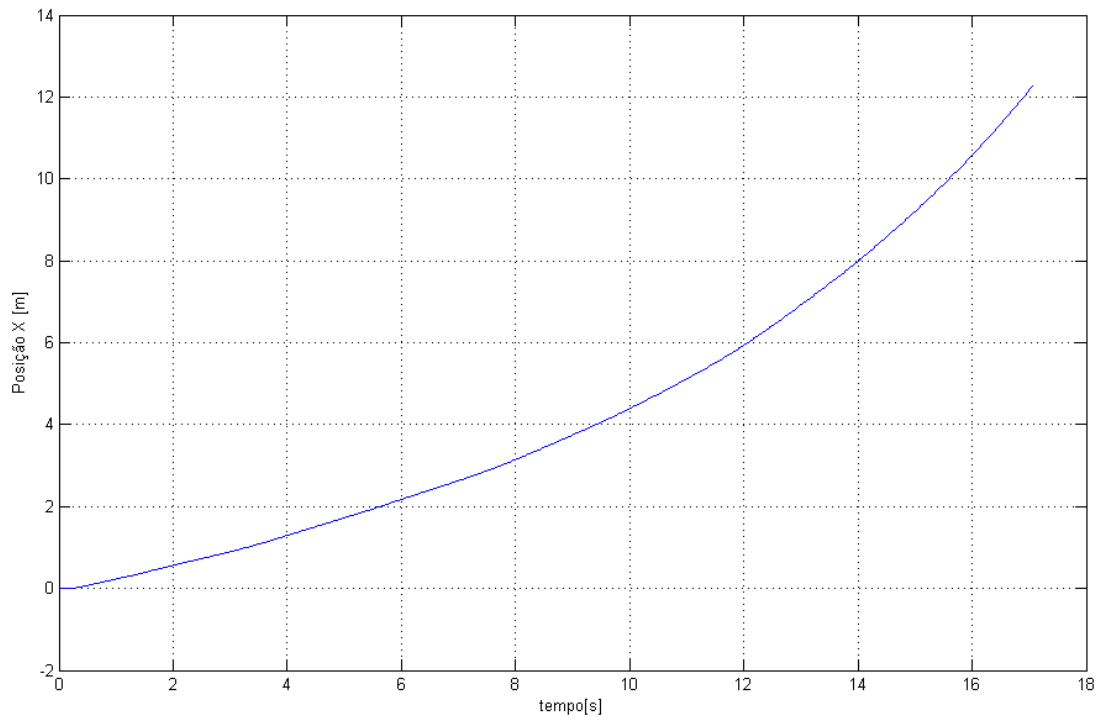


Figura 11.18 – Posição X para segunda simulação.

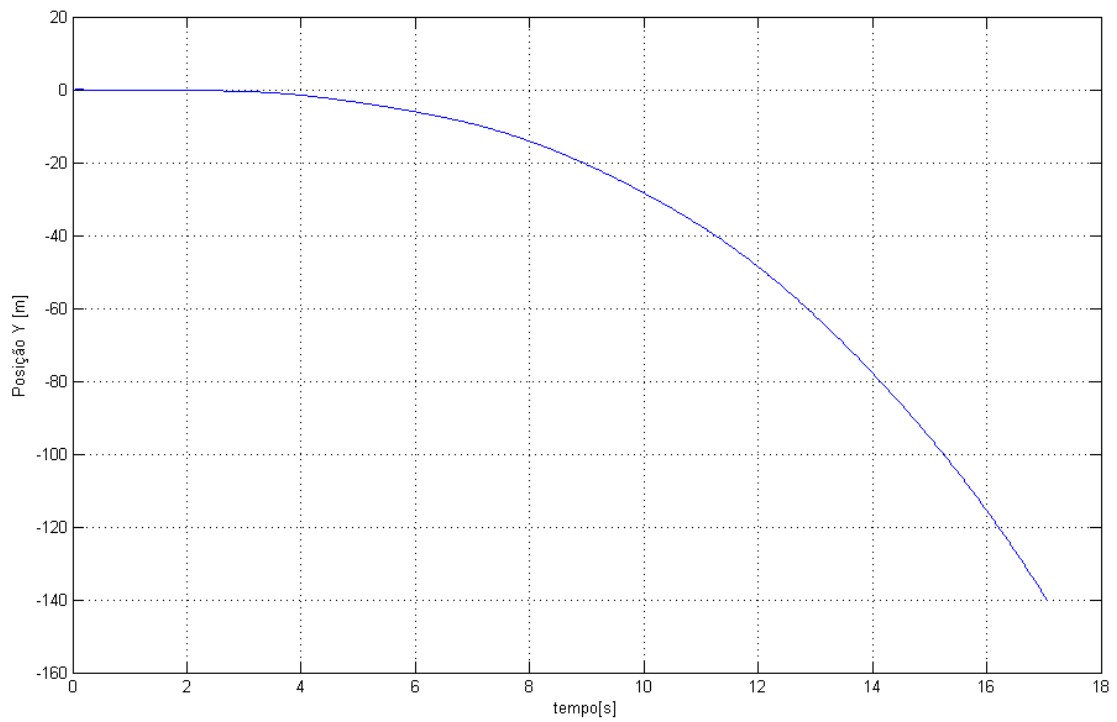


Figura 11.19– Posição Y para segunda simulação.

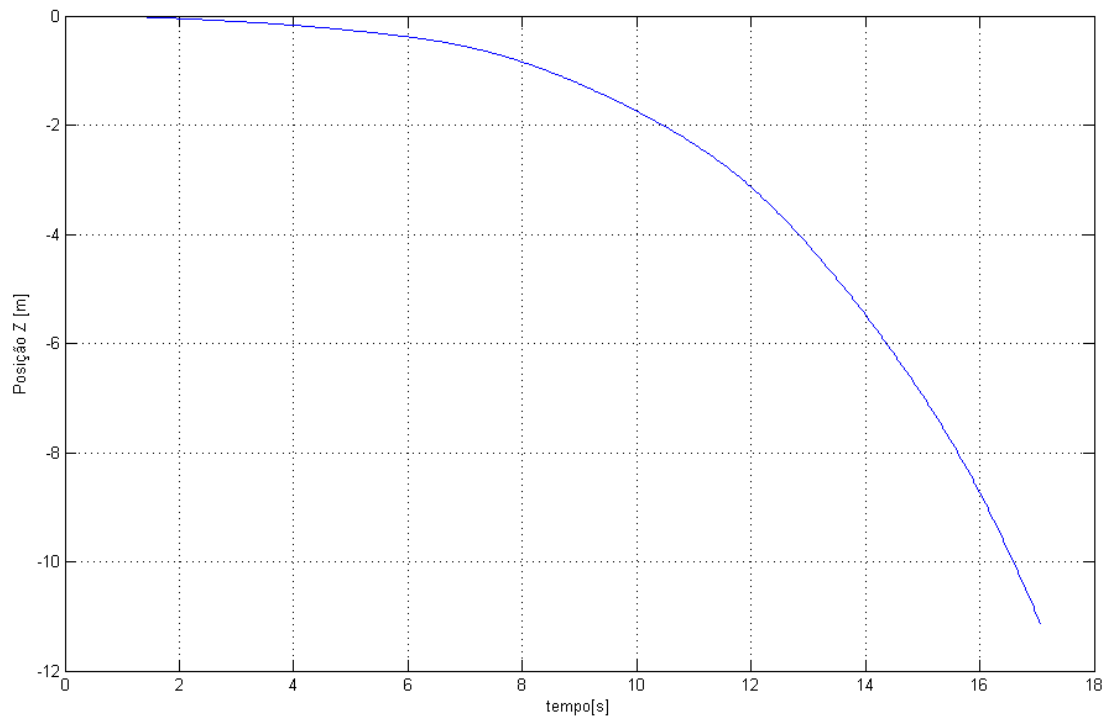


Figura 11.20 – Posição Z para segunda simulação.

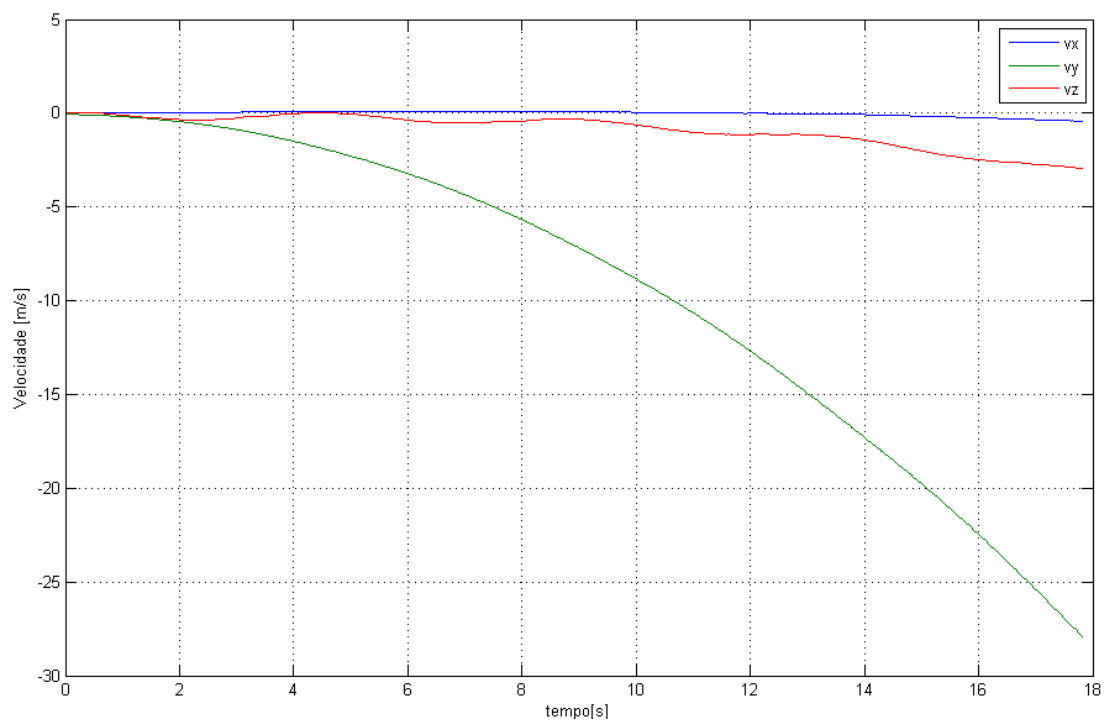


Figura 11.21 – Valores das Velocidades para terceira simulação.

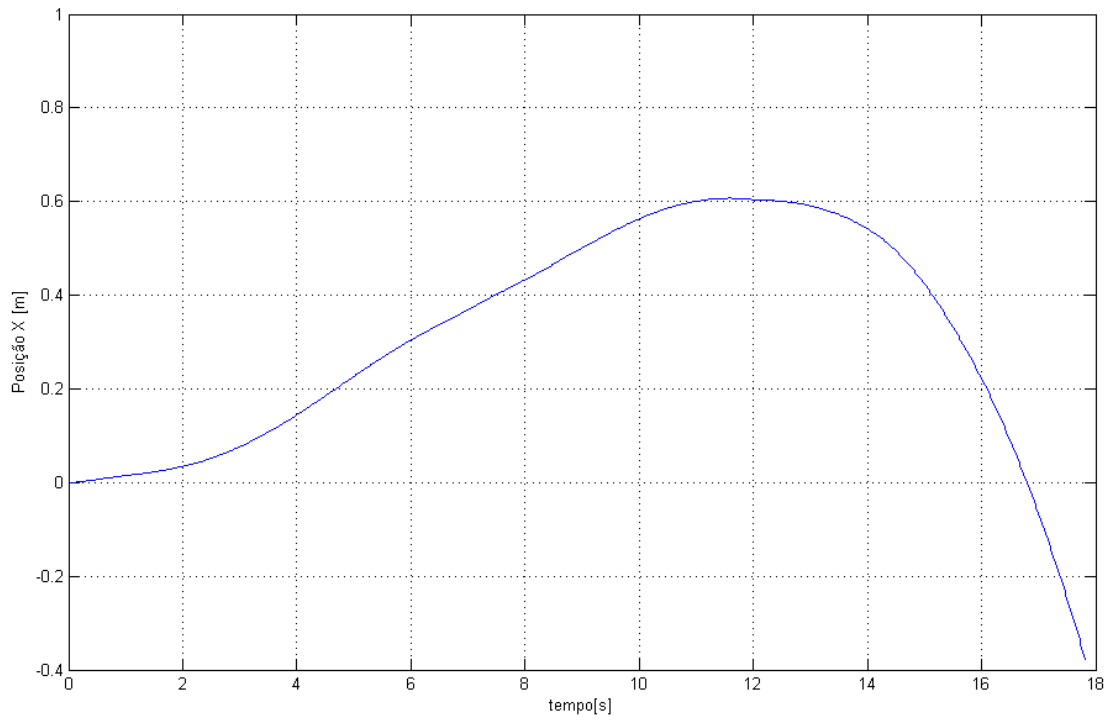


Figura 11.22 – Posição X para segunda simulação.

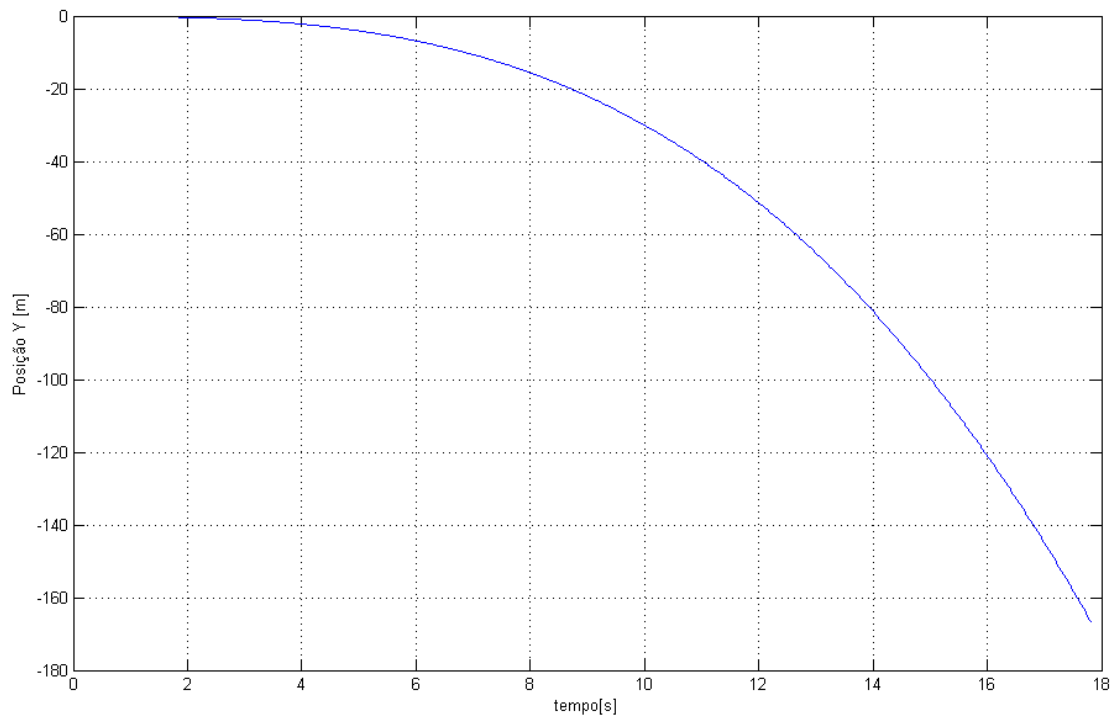


Figura 11.23 – Posição Y para segunda simulação.

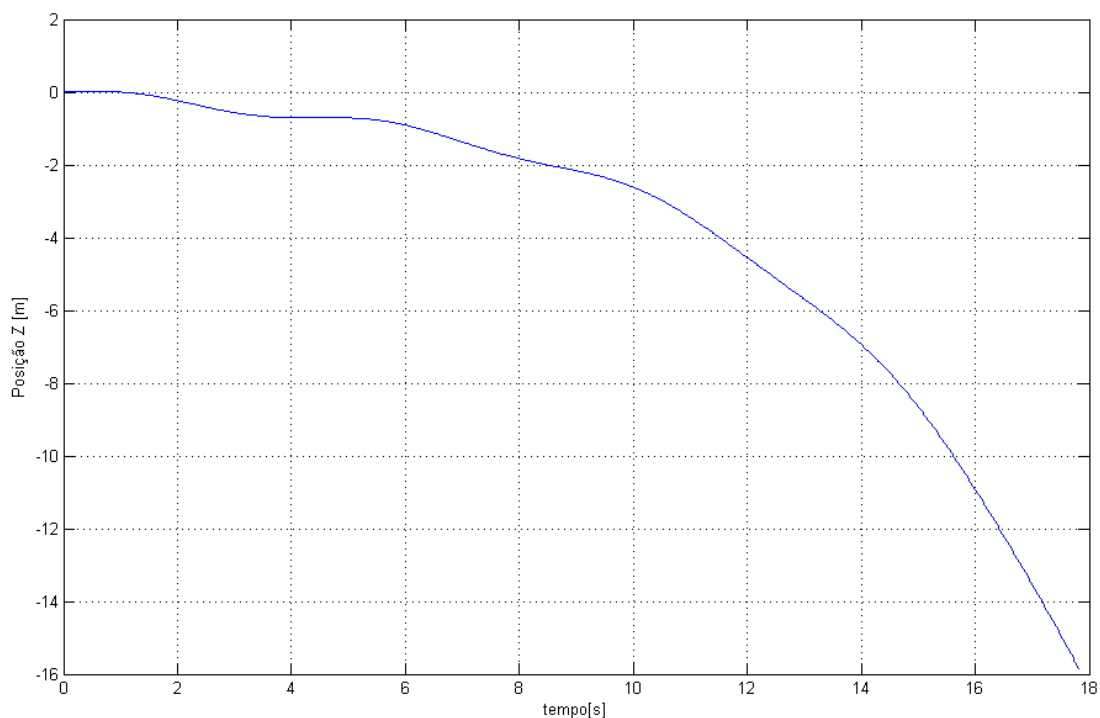


Figura 11.24 – Posição Z para segunda simulação.

Analisando esses resultados, pode-se concluir que para curtos tempos de simulação a reconstrução assume valores próximos dos esperados, mas com o passar do tempo o algoritmo tende a divergir. Os motivos dessa divergência é principalmente a presença de ruídos nas leituras dos sensores, que vão sendo integrados a cada passo, e com o passar do tempo o erro passa a ser muito grande. Realizaram-se novamente as mesmas simulações, mas dessa vez aplicando um filtro também nos valores lidos pelos acelerômetros. Os resultados obtidos foram praticamente iguais aos exibidos acima, por isso, não serão apresentados os gráficos dessas simulações.

Para uma melhor avaliação de cada acelerômetro é necessário fazer uma reconstrução eliminando os erros inerentes dos outros sensores, principalmente dos giroscópios. As próximas simulações usaram somente as entradas dos acelerômetros analisados, portanto, pegou-se como entrada para as outras leituras, valores nulos, uma vez

que em cada situação existe movimento em apenas uma direção (no acelerômetro alinhado com o campo gravitacional o valor colocado foi 1g).

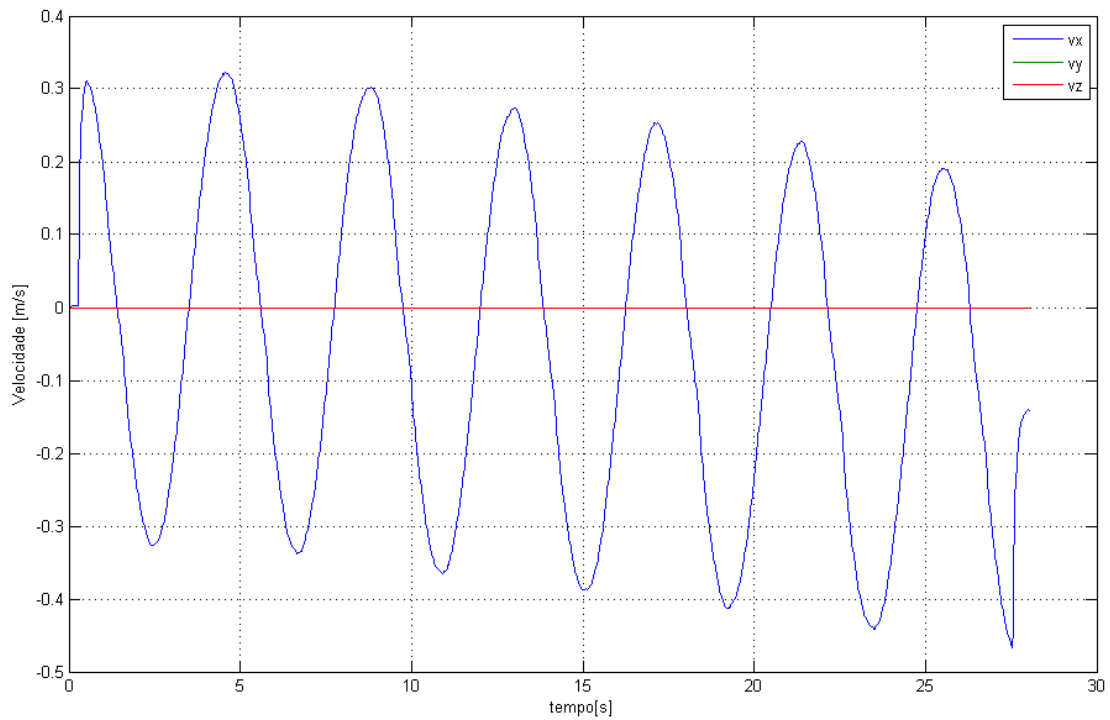


Figura 11.25 – Velocidades no teste somente do acelerômetro X.

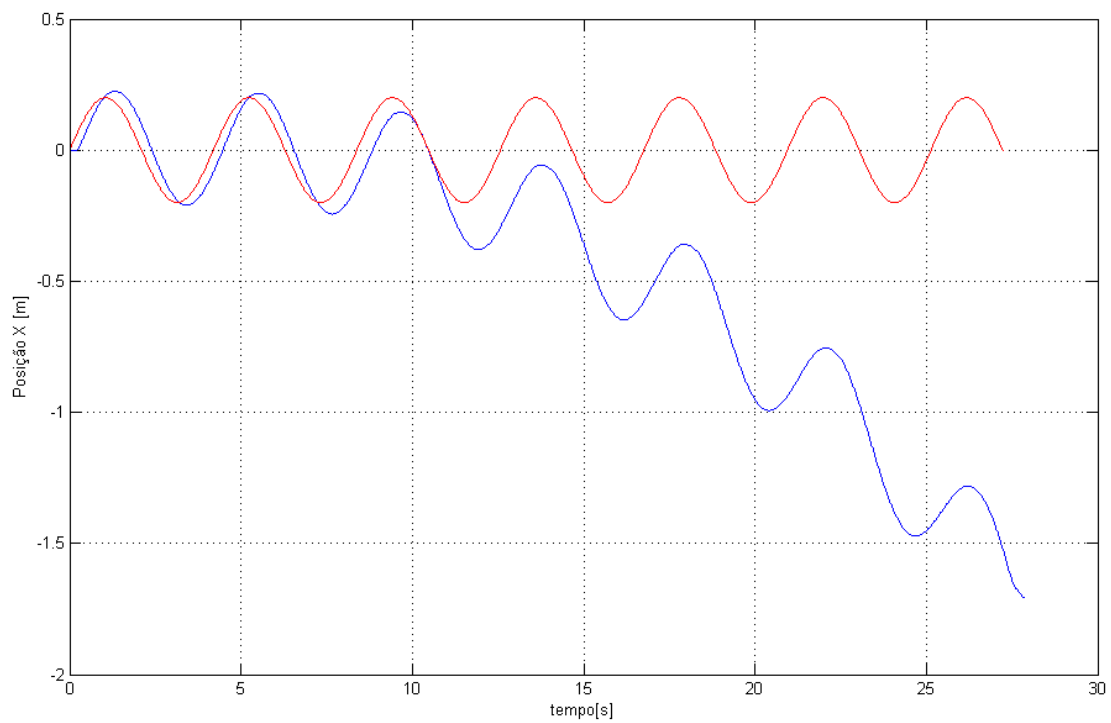


Figura 11.26 – Posição X no teste somente do acelerômetro X (em vermelho está o valor real de X).

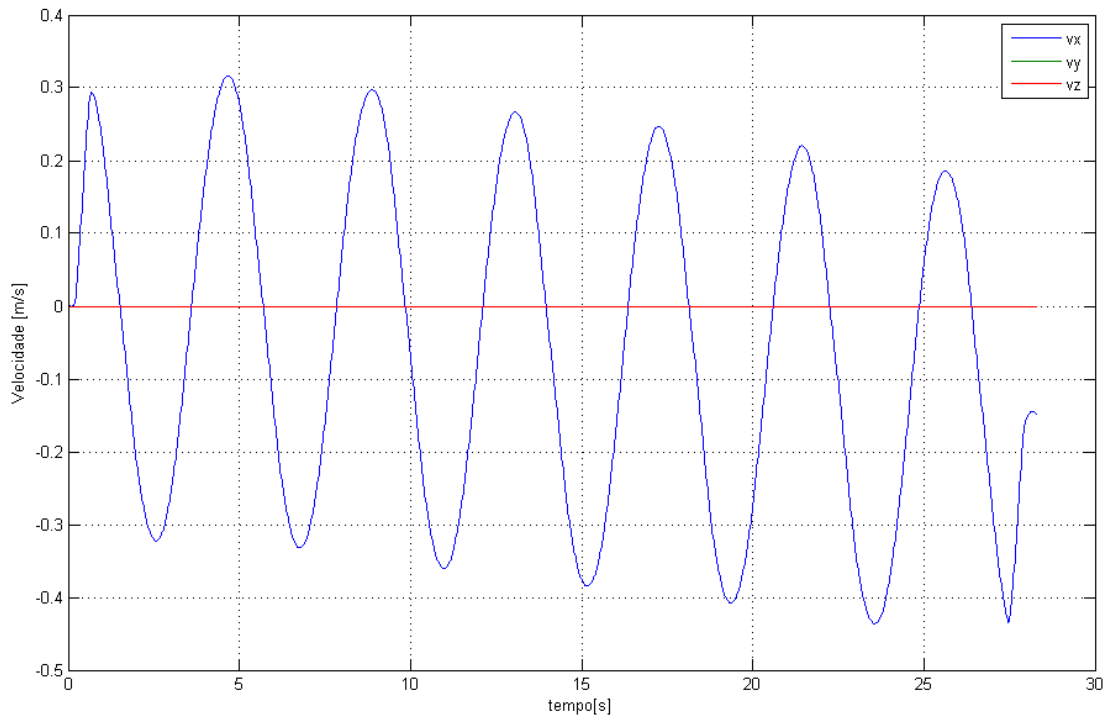


Figura 11.27 – Velocidades no teste somente do acelerômetro X, aplicado o filtro de média móvel.

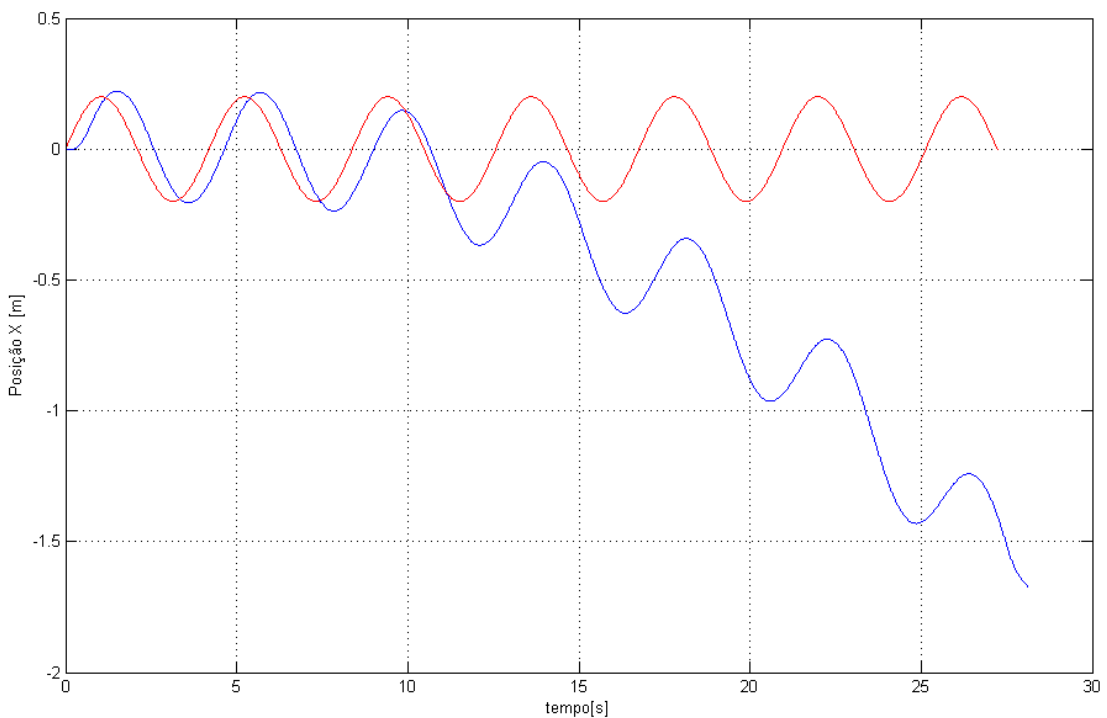


Figura 11.28 – Posição X no teste somente do acelerômetro X, aplicado o filtro (em vermelho está o valor real de X).

Essas simulações mostram que mesmo só utilizando os valores de um acelerômetro, seja filtrado ou não, os erros acumulados ainda fazendo o sistema divergir. Inicialmente a posição calculada é muito próxima da espera. A primeira simulação parece ser um pouco

mais fiel ao valor real, mesmo não sendo filtrada. Isso ocorre porque quando se aplica o filtro, amortiza-se um pico inicial de aceleração, induzindo o atraso do valor calculado em relação ao valor real.

As simulações para os outros acelerômetros mostraram, como esperado, resultados semelhantes, ou seja, uma reconstrução considerável nos primeiros segundos e após isso o sistema diverge. Os gráficos na seqüência mostram esses resultados, somente para os sinais não filtrados.

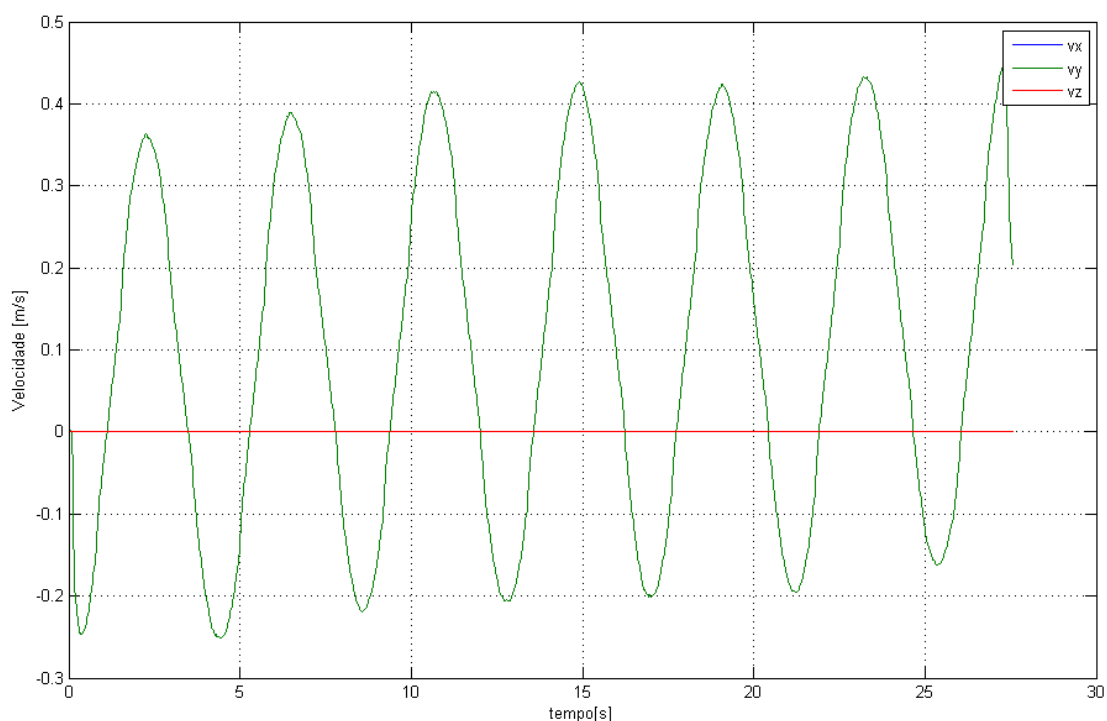


Figura 11.29 – Velocidades no teste somente do acelerômetro Y.

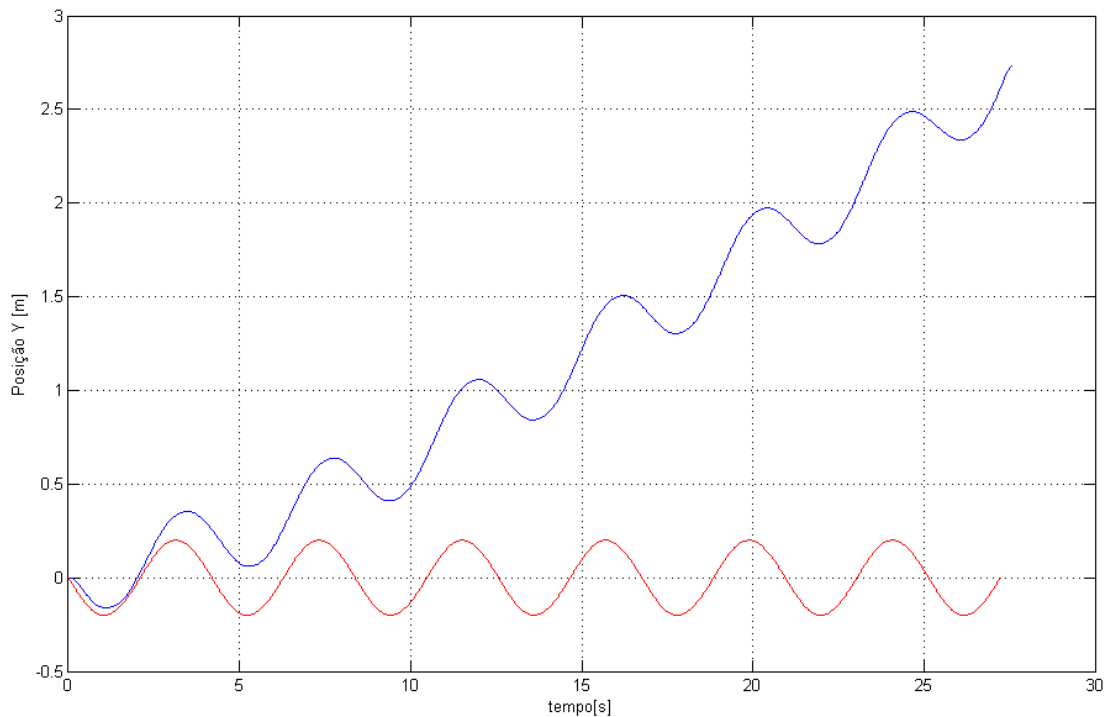


Figura 11.30 – Posição Y no teste somente do acelerômetro Y (em vermelho está o valor real de Y).

Observa-se acima, que no caso avaliado, o valor começa a divergir mais rapidamente do que no caso do sensor X, isso indica provavelmente, que houve algum problema no alinhamento inicial do sensor em relação à mesa. Esse desalinhamento provavelmente foi mais acentuado no eixo Y.

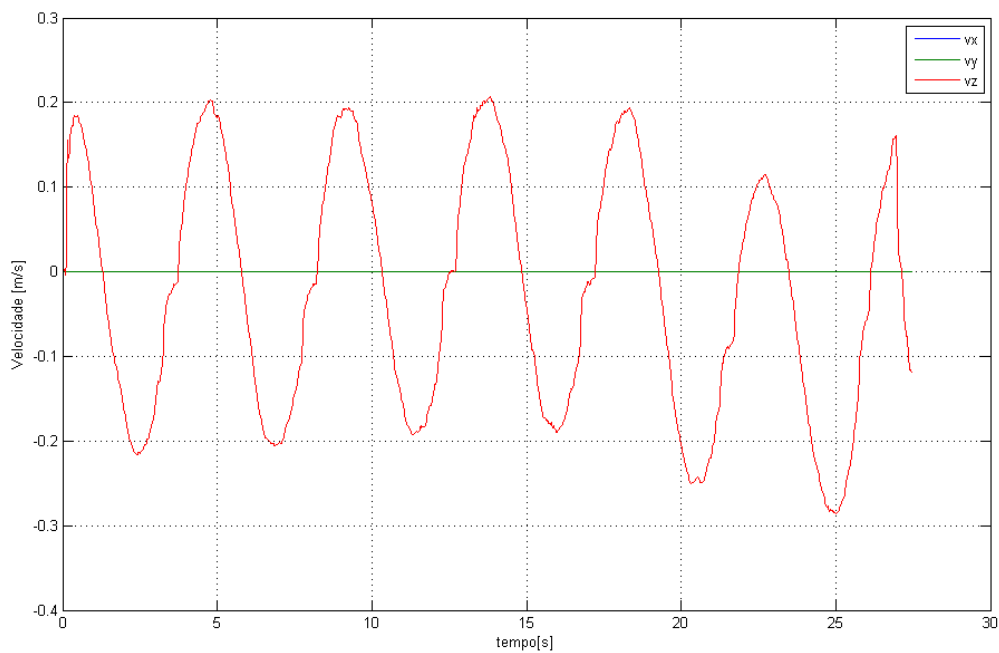


Figura 11.31 – Velocidades no teste somente do acelerômetro Y.

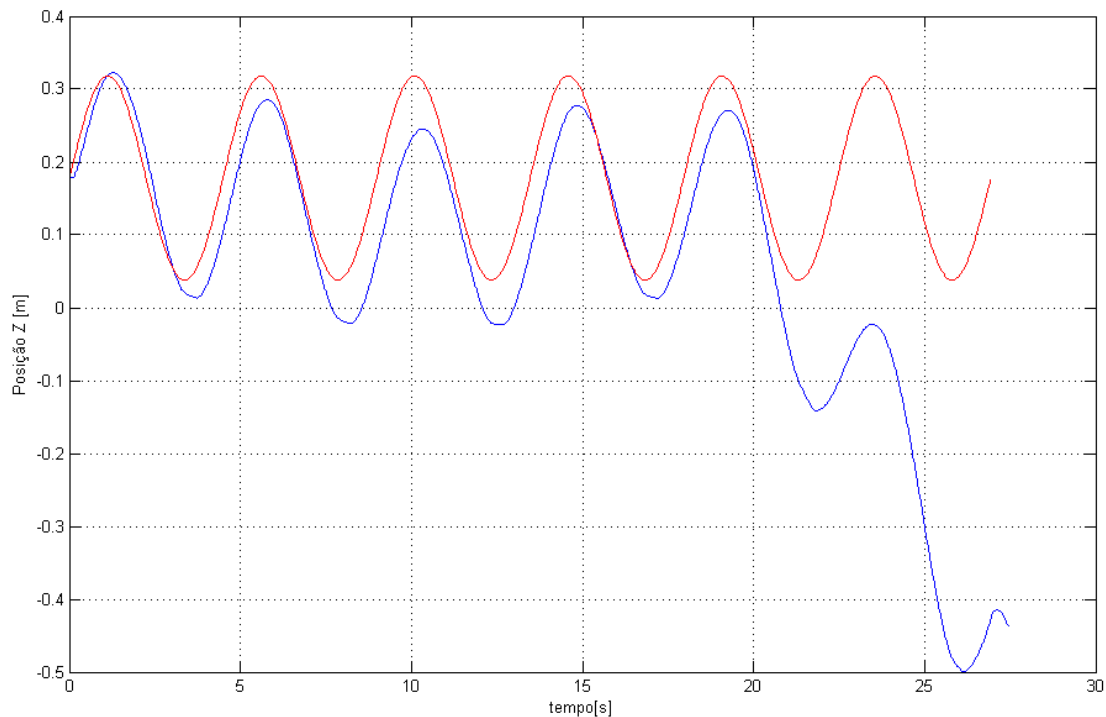


Figura 11.32 – Posição Y no teste somente do acelerômetro Y (em vermelho está o valor real de Y).

Analisando esses experimentos, conclui-se que as leituras dos acelerômetros são muito melhores que as dos giroscópios, uma vez que quando se eliminam os erros provenientes deles, o resultado é muito mais próximo do esperado. Isso já era esperado uma vez que a resolução dos acelerômetros é boa ( $1/1000$  g) e a variância dos valores medidos é muito menor.

Terminada essa bateria de experimentos e simulações, passa-se a seção de experimentos que aplicam velocidades angulares à mesa 4D. Os resultados obtidos estão longe daqui esperado, mesmo sabendo do problema dos giroscópios. O que acontece é que nas rotações em torno do eixo X e Y, os acelerômetros têm suas medidas alteradas em função do ângulo de rotação. Isso ocorre porque ao girar a mesa, o vetor de aceleração gravitacional passa a ser decomposto em dois eixos. Dessa forma, os erros de medição da velocidade angular, acarretam um erro na projeção da gravidade, que não é bem corrigida, geram acelerações que não existem no corpo. Dessa forma o algoritmo passa a divergir muito rapidamente, em poucas iterações.

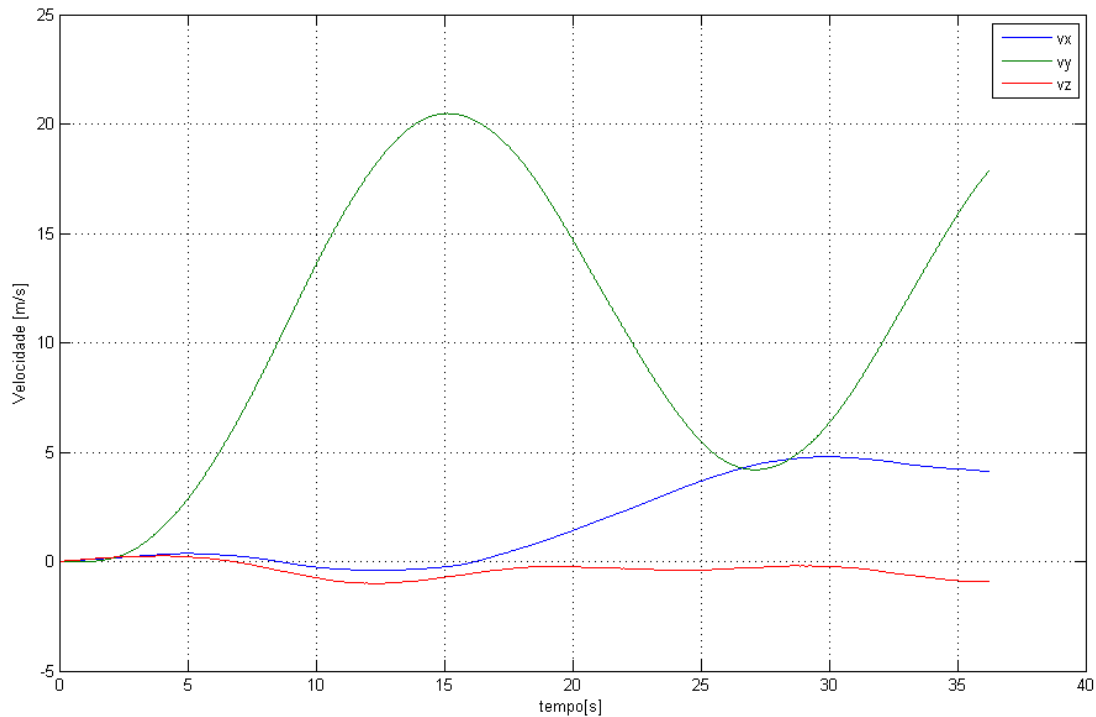


Figura 11.33 – Velocidades no teste de rotação em torno de Eixo X.

Da figura 10.33 pode-se inferir que devido ao erro no cálculo do ângulo de rotação, a aceleração no eixo y devido ao vetor gravidade não é corrigida corretamente. Por isso esse valor de velocidade y aparece. Após algum tempo de integração observa-se que aparece uma velocidade também no eixo X inerente dos erros de integração acumulados.

Na simulação da rotação em torno ao eixo Y o resultado foi semelhante. Já em relação ao eixo Z, não ocorre variação nas leituras de aceleração, pois o eixo Z está sempre alinhado com o a gravidade local. Dessa forma o resultado foi diferente, e foi possível fazer uma simulação semelhante àquela feita para os acelerômetros, zerando todas as outras entradas.

Pela figura 10.34, podemos ver que, diferente da reconstrução da posição mostrada anteriormente, o desempenho dos giroscópios não foi bom. O que já era esperado dos outros testes realizados, mas dessa forma, é possível ter uma idéia de quão ruim é essa leitura. Em vermelho está o valor real do ângulo, em azul está o valor reconstruído.

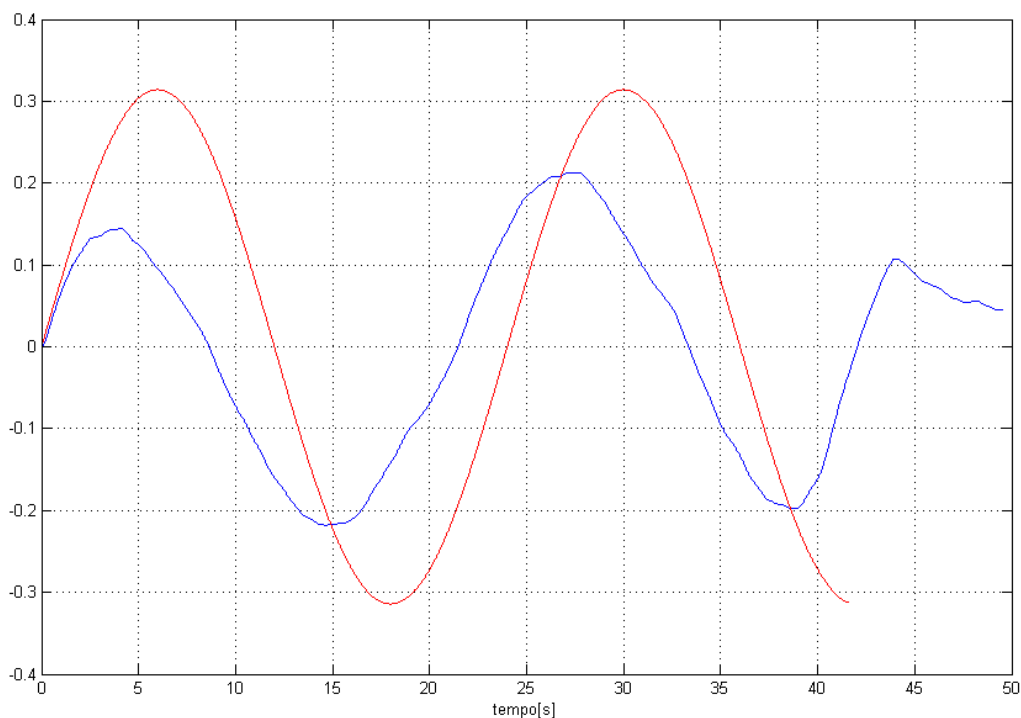


Figura 11.34 – Ângulo de Rotação reconstruído em azul, ângulo real em vermelho.

Com essa figura pode-se que é extremamente insatisfatória reconstrução do ângulo, principalmente porque contém grandes erros não só na amplitude, mas também na frequência do sinal reconstruído.

Com a análise de todos os resultados não é necessário fazer experimentos que envolvam movimentos simultâneos em dois ou mais eixos, principalmente porque vimos sempre que for aplicada alguma rotação, o resultado não será satisfatório.

## 11.2 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Analisando os experimentos desenvolvidos, chega-se a conclusão que o desempenho da placa iNemo é muito inferior ao necessário para fins de reconstrução de trajetória. A aplicação ideal dessa plataforma seria em casos nos quais não fosse necessária a integração dos valores por um longo período de tempo, ou então em aparelho multimídia com aplicações menos precisas, como o iPhone, ou semelhante. Os giroscópios presentes

na placa não são muito precisos, e possuem uma alta variância nas suas leituras estáticas e baixa resolução, não podendo ser muito confiável. Uma solução para esse problema seria a aplicação de algoritmos mais robustos utilizando filtro de Kalman para fazer uma fusão sensorial com os magnetômetros presentes na placa, que não são o escopo desse trabalho. Mesmo assim, a baixa precisão dos giroscópios ainda afetaria negativamente os resultados. Outra solução, para o sistema de monitoramento de avalanche, seria a utilização de outra central inercial, mais precisa, o que causaria um grande aumento no preço do produto, sem sanar efetivamente todos os problemas. Já que mesmo com grande precisão, com o algoritmo aqui utilizado, os erros começariam a surgir para tempos de navegação da ordem de 10 segundo.

O algoritmo se mostra mais confiável para tempos de navegação reduzidos, pois, à medida que esse tempo aumenta, os erros de medição de cada sensor vão sendo integrados, prejudicando os resultados adquiridos. No caso do problema proposto, inicialmente pensou em executar o algoritmo de reconstrução de trajetória, somente enquanto o corpo estivesse em movimento. Para isso, quando fosse detectado que o corpo se encontrasse em repouso, o algoritmo pararia de rodar e todo sistema seria colocado em estado de espera. Os acelerômetros da placa podem ser colocados em estado de baixo consumo, e geram um sinal de interrupção quando colocados novamente em movimento. Isso faria o microcontrolador reativar todo o sistema, reiniciando o algoritmo de reconstrução. Essa solução seria feita como medida tanto para redução do acúmulo de erros, quanto para a otimização do consumo de bateria aumentando assim a vida útil do produto.

Porém, apesar dessas medidas, os períodos de funcionamento no caso de uma avalanche seriam muito grandes, tornando o algoritmo divergente. Portanto os valores lidos de posição após esse evento seriam incoerentes com a realidade, anulando a necessidade

da aplicação do mesmo. Nas soluções de reconstrução encontradas e na literatura estudada [1, 3, 7, 9, 10 e 11] vê-se que, para reduzir esse erro acumulado, utiliza-se sempre da existência de outros sensores, seja o uso de odômetros, GPS ou bússolas digitais, através de algoritmos de fusão sensorial baseados em filtro de Kalman. Dessa forma o sistema de medidas inerciais não é o elemento principal e único do algoritmo de reconstrução.

## 12 CONCLUSÕES

A criação de uma rede de sensoriamento wireless para o monitoramento remoto de avalanches, baseada nos moldes desse projeto, requer a rastreabilidade do gateway utilizado, como melhor exposto no Capítulo 3. Para tal, propôs-se a utilização de uma central inercial para reconstruir a trajetória. O algoritmo proposto mostrou-se eficiente na reconstrução da trajetória quando testado em condições sem ruídos ou erros de leitura, mas quando em situação real de aquisição o resultado não foi tão satisfatório. Analisando os estudos desenvolvidos nesse trabalho, viu-se que a utilização da central inercial como elemento único para a reconstrução da trajetória não será suficiente para alcançar os requisitos propostos. O fator principal para essa conclusão, é que para tempos grandes de navegação o algoritmo desenvolvido começa a divergir devido aos erros e ruídos dos sensores, que são integrados a cada passo.

Acredita-se que para poder aplicar esse projeto, deve-se adotar outra solução. Propõe-se, então, a utilização de gateways fixos, em locais predefinidos na montanha. Evitando assim, a necessidade de serem rastreados. Uma vantagem dessa solução é que os locais de instalação dos gateways podem ser definidos de forma a garantir a existência do sinal GPRS. Deixando o gateway livre na montanha, não se pode garantir que 100% do tempo o sinal existirá, e nos momentos que não é possível enviar os dados para a internet anula-se a existência de toda malha conectada a esse gateway. Além do que, tendo um local fixo, pode-se aumentar o tamanho da bateria, conseqüentemente a sua duração, aumentando a vida útil do produto. Essa arquitetura também permite a colocação de placas solares, dessa forma, principalmente no verão, a bateria pode ser recarregada.

A grande desvantagem dessa instalação fixa é a dificuldade de acessar os pontos da região montanhosa onde se quer realizá-la. Mesmo com esse problema, acredita-se que

essa seja a melhor solução devido às grandes vantagens que apresenta em relação à proposta de utilizar uma central inercial para fazer o rastreamento dos Gateways.

## 13 BIBLIOGRAFIA

- [1] **Titterton, D. & Weston J.** *Strapdown Inertial Navigation Technology*. Progress in Astronautics and Aeronautics, Second Edition, 2007.
- [2] **Woodman O. J.** An introduction to inertial navigation. Cambridge, UK. Technical Report, August 2007.
- [3] **Li, D. & Landry R. Jr. & P. Lavoie.** *Low-cost MEMS Sensor-based Attitude Determination System by Integration of Magnetometers and GPS: A Real-Data Test and Performance Evaluation*. École de Technologie Supérieure, Université du Québec. Montréal, Canada. IEEE 2008.
- [4] **Koo, W. & Chun, S. & Sung, S. & Lee, Y. & Kang, T..** *In-flight Heading Estimation of Strapdown Magnetometers using Particle Filters*. Konkuk University, Seoul, South Korea. IEEE 2008.
- [5] **Qin, W. & Yuan, Q & Chang, H. & Xue, L. & Yuan, G.** *Fuzzy Adaptive Extended Kalman Filter for Miniature Attitude and Heading Reference System*. The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong SAR. IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems, January 5-8, 2009.
- [6] **Luol, Y. & Tsang, C. & Zhang, G. & Dong, Z. & Shil, G. & Kwok, S. & Lil, W. & Leong, P. H. W. & Wong, M..** *An Attitude Compensation Technique for a MEMS Motion Sensor Based Digital Writing Instrument*. The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong SAR. IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems, January 18-21, 2006.
- [7] **Hao, Y. & Xiong, Z & Gao, W. & L. Li.** *Study of Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithms*. College of Automation, Heilongjiang Province, China. IEEE International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation, 2004.

- [8] **Walchko, K. J. & Paul, Dr. & Mason, A. C.** *Inertial Navigation*. IEEE Florida Conference on Recent Advances in Robotics, 2002.
- [9] **Santana, D. D. S. Furukawa, C. e Maruyama, N.** *Estimação de Trajetórias Utilizando Sistema de Navegação Inercial Strapdown*. Anais do XV Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2004, Gramado - RGS, 2004.
- [10] **Santana, D. D. S. Furukawa, C. e Maruyama, N.** *Estimação de Trajetórias Terrestres Utilizando Central Inercial e Fusão Sensorial*. Proceedings of the 2006 IEEE INDUSCON, Recife - PE, 2006
- [11] **Chauhan, S. & Halder, A. & Sinha, M. & Patil, C.** *FLIER: A Novel Sensor Fusion Algorithm*. Indian Institute of Technology Kharagpur. Karagpur, India. IEEE Region 10 Colloquium and the Third ICIS, December 2008.
- [12] **Ojeda, L. & Borenstein, J.** *Personal Dead-reckoning System for GPS-denied Environments*. Michigan University. Michigan, USA. IEEE International Workshop on Safety, Security and Rescue Robotics, Rome, Italy, September 2007
- [13] **Comey, R.H. & Mendenhall, T.** *Recent Studies Using Infrasound Sensors To Remotely Monitor Avalanche Activity*. Proceedings of the 2004 International Snow Science Workshop, Teton Village, Wyoming, 640-646, 2004
- [14] **Vallet, J.** *Handheld Mobile Mapping System for Helicopter-Based Avalanche Monitoring*. Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland, 2007
- [15] **Fitzgibbon, K. T.** *Simulação de sistemas de navegação inercial solidários*. São José dos Campos. 168 p. (ITA-T629.7.052(043)). Dissertação de Mestrado em Engenharia 180 Eletrônica - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1983
- [16] **Oliveira, A. A. G. O.** *Estudo Estatístico dos Processos Envolvidos em Uma plataforma Solidária*. São José dos Campos. 190p. – (INPE-7990-TDI/745). Dissertação de Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle – INEP, 2000.

[17] **ST**

**MICROELETRONICS,**

website

<http://www.st.com/stonline/products/literature/um/15996.pdf>, iNemo User Manual,

January 2010. Último acesso 27/11/2010